

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 \cdot |x+3|$.

- [1'5 puntos] Estudia la continuidad y derivabilidad de f
- [1'5 puntos] Estudia el crecimiento y decrecimiento de f . Calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que alcanzan)

Ejercicio 2.- Sea $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 1 + \ln x$, siendo \ln la función logaritmo neperiano

- [1 punto] Comprueba que la recta de ecuación $y = 1 + \frac{1}{e}x$ es la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = e$
- [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , el eje de abscisa y la recta tangente del apartado a)

Ejercicio 3.- Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

- [1 punto] Calcula, si existe, la matriz inversa de A
- [1'5 puntos] Calcula las matrices X e Y que satisfacen las ecuaciones matriciales $XA = A + 2B$ y $AY = A + 2B$

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1, 0, -2)$, la recta r definida por $\begin{cases} x-2y-1=0 \\ y+z-2=0 \end{cases}$ y el plano π de ecuación $2x+y+3z-1 = 0$

- [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por P , es paralelo a r y es perpendicular a π
- [1'25 puntos] Halla la ecuación de la recta que pasa por P , corta a r y es paralela a π

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{x \cdot (\ln x)^2}{(x-1)^2} & \text{si } x \neq 1 \\ a & \text{si } x=1 \end{cases}$

- [1'25 puntos] Sabiendo que f es continua, calcula a
- [1'25 puntos] Estudia la existencia de asíntota horizontal para la grafica de esta función. En caso de que exista, determina su ecuación.

Ejercicio 2.- Se consideran las funciones $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por: $f(x) = \sqrt{3x}$, $g(x) = \frac{1}{3}x^2$

- [0'5 puntos] Haz un esbozo de sus gráficas
- [2 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráficas de ambas funciones.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} x+\lambda y+z=4 \\ x+3y+z=5 \\ \lambda x+y+z=4 \end{cases}$

- [1'75 puntos] Discútelo según los valores de parámetro λ
- [0'75 puntos] Resuélvelo en el caso $\lambda=1$

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $3x - 2y - 2z = 7$ y la recta r definida por $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$

- [1'25 puntos] Determina la ecuación del plano paralelo a π que contiene a r
- [1'5 puntos] Halla la ecuación de plano ortogonal a π que contiene a r