

**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2010-2011. MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Se desea construir un depósito cilíndrico cerrado de área total igual a 54 m^2 . Determina el radio de la base y la altura del cilindro para que éste tenga volumen máximo.

Ejercicio 2.- Sea $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida como $f(x) = \ln(x + 1)$, donde \ln denota la función logaritmo neperiano.

(a) [0'75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f , el eje OY y la recta $y = 1$. Calcula los puntos de corte de las gráficas.

(b) [1'75 puntos] Halla el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$-\lambda x + y + z = 1$$

$$x + \lambda y + z = 2$$

$$\lambda x + y + z = 1$$

(a) [1'75 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ .

(b) [0'75 puntos] Resuelve el sistema para $\lambda = 0$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Determina el punto simétrico del punto $A(-3, 1, 6)$ respecto de la recta $x - 1 = (y + 3)/2 = (z + 1)/2$.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida como $f(x) = \sqrt{x - 1}$. Determina el punto P de la gráfica de f que se encuentra a menor distancia del punto $A(2, 0)$. ¿Cuál es la distancia?

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Halla $\int \frac{e^x}{(e^{2x} - 1)(e^x + 1)} dx$

Sugerencia: efectúa el cambio $t = e^x$.

Ejercicio 3.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} \lambda + 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

(a) [1'25 puntos] Determina los valores de λ para los que la matriz $A^2 + 3A$ no tiene inversa.

(b) [1'25 puntos] Para $\lambda = 0$, halla la matriz X que verifica la ecuación $AX + A = 2I$, siendo I la matriz identidad de orden 2.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1, 0, -1)$ y $B(2, 1, 0)$, y la recta "r" dada por

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x + z = 2 \end{cases}$$

(a) [1'75 puntos] Determina la ecuación del plano que es paralelo a r y pasa por A y B.

(b) [0'75 puntos] Determina si la recta que pasa por los puntos $P(1, 2, 1)$ y $Q(3, 4, 1)$ está contenido en dicho plano.