UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD CURSO 2010-2011. MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) **Duración**: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Dada la función $f : R \rightarrow R$ definida por $f(x)= ax^3 + bx^2 + cx$, determina a, b y c sabiendo que su gráfica tiene un punto de inflexión en (1,0), y que la recta tangente en ese punto tiene por ecuación $y = -3x + 3$.

Ejercicio 2.- Sean $f : R \rightarrow R$ y $g : R \rightarrow R$ las funciones definidas por: $f(x) = 4 - 3|x|$ y $g(x) = x^2$.
(a) [1 punto] Esboza las gráficas de f y g. Determina sus puntos de corte.
(b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Sean A y B dos matrices que verifican :

$$A + B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad A - B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

(a) [1 punto] Halla las matrices $(A + B)(A - B)$ y $A^2 - B^2$.
(b) [1'5 puntos] Resuelve la ecuación matricial $XA - XB - (A + B)^t = 2I$, siendo I la matriz identidad de orden 2 y $(A + B)^t$ la matriz traspuesta de A + B.

Ejercicio 4.- Sea el punto P(2,3,−1) y la recta r dada por las ecuaciones $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$.
(a) [1 punto] Halla la ecuación del plano perpendicular a "r" que pasa por P .
(b) [1'5 puntos] Calcula la distancia del punto P a la recta "r" y determina el punto simétrico de P respecto de r.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] En el primer cuadrante representamos un rectángulo de tal manera que tiene un vértice en el origen de coordenadas y el vértice opuesto en la parábola $y = -x^2 + 3$. Determina las dimensiones del rectángulo para que su área sea máxima.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x.\cos(x)dx$

Ejercicio 3.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & \lambda \\ -5 & \lambda & -5 \\ \lambda & 0 & 3 \end{pmatrix}$

(a) [1 punto] Determina los valores de λ para los que la matriz $A - 2I$ tiene inversa, siendo I la matriz identidad de orden 3.
(b) [1'5 puntos] Para $\lambda = -2$, resuelve la ecuación matricial $AX = 2X + I$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Considera los planos π_1 y π_2 dados respectivamente por las ecuaciones

$$(x,y,z) = (-2,0,7) + \lambda(1,-2,0) + \mu(0,1,-1) \quad \text{y} \quad 2x + y - z + 5 = 0$$

Determina los puntos de la recta "r" definida por $x = y + 1 = (z - 1)/(-3)$ que equidistan de π_1 y π_2.