UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD CURSO 2010-2011. MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) **Duración**: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Calcula la base y la altura del triángulo isósceles de perímetro 8 y de área máxima.

Ejercicio 2.- Considera las funciones f, g: R $\rightarrow$ R definidas por $f(x) = 6x - x^2$ y $g(x) = x^2 - 2x$.
(a) [0'75 puntos] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.
(b) [1'75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & -1 \\ 1 & \alpha & -1 \\ -1 & -1 & \alpha \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
(a) [1'75 puntos] Calcula el rango de dependiendo de los valores de α.
(b) [0'75 puntos] Para $\alpha = 2$, resuelve la ecuación matricial A.X = B.

Ejercicio 4.- Considera los puntos A(-1,k,3), B(k+1,0,2), C(1,2,0) y D(2,0,1).
(a) [1'25 puntos] ¿Existe algún valor de k para que los vectores **AB**, **BC**, y **CD** sean linealmente dependientes?
(b) [1'25 puntos] Calcula los valores de k para que los puntos A, B, C y D formen un tetraedro de volumen 1.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{3x^4 + 1}{x^3}$ para $x \neq 0$.
(a) [1'25 puntos] Estudia las asíntotas de la gráfica de la función.
(b) [1'25 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, y los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan)..

Ejercicio 2.- Sean f, g: R $\rightarrow$ R las funciones definidas por $f(x) = -(1/4)x^2 + 4$ y $g(x) = x^2 - 1$.
(a) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = -2.
(b) [1'75 puntos] Esboza el recinto limitado por las gráficas de ambas funciones y la recta y = x + 5. Calcula el área de este recinto.

Ejercicio 3.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ -\alpha & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.
(a) [1'25 puntos] Calcula los valores de α para los que la matriz inversa de A es (1/12).A.
(b) [1'25 puntos] Para $\alpha = -3$, determina la matriz X que verifica la ecuación $A^t.X = B$, siendo A^t la matriz traspuesta de A.

Ejercicio 4.- Dado el plano π de ecuación $x + 2y - z = 0$ y la recta "r" de ecuaciones $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + y - 4z = -13 \end{cases}$.
(a) [1'75 puntos] Halla el punto de intersección del plano π y la recta r.
(b) [0'75 puntos] Halla el punto simétrico del punto Q(1,-2,3) respecto del plano π.