

**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2011-2012. MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f: [1; e] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 8\ln(x)$ donde \ln denota la función logaritmo neperiano.

- [0'75 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
- [1 punto] Calcula los extremos absolutos y relativos de la función f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- [0'75 puntos] Estudia los intervalos de concavidad y de convexidad.

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 - 4x$

- [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
- [0'75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta $y = -x - 2$, determinando los puntos de corte de ambas gráficas.
- [1 punto] Calcula el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + (k+1)y + 2z = -1 \\ kx + y + z = 2 \\ x - 2y - z = k + 1 \end{cases}$$

- [1'75 puntos] Clasifícalo según los distintos valores de k .
- [0'75 puntos] Resuélvelo para el caso $k = 2$.

Ejercicio 4.- Dadas las rectas $r \equiv (x+3)/-6 = (y-9)/4 = (z-8)/4$ y $s \equiv (x-3)/3 = (y-9)/-2 = (z-8)/-2$

- [1 punto] Determina la posición relativa de las rectas r y s .
- [1'5 puntos] Calcula la distancia entre r y s .

Opción B

Ejercicio 1.- Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^x(x^2 - x + 1)$.

- [1'25 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- [1'25 puntos] Halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan), determinando si son máximos o mínimos.
- [0'5 puntos] Determina las abscisas de los puntos de inflexión de la gráfica de f .

Ejercicio 2.- Sean $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^2 - 2x$ y $g(x) = -x^2 + 4x$ respectivamente.

- [0'75 puntos] Halla los puntos de corte de sus gráficas y realiza un esbozo del recinto que limitan.
- [1'75 puntos] Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Encuentra la matriz X que satisface la ecuación $XA + A^3B = A$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Los puntos $A(1, 1, 5)$ y $B(1, 1, 2)$ son vértices consecutivos de un rectángulo ABCD. El vértice C, consecutivo a B, está en la recta $x = (y-6)/-2 = (z+1)/2$. Determina los vértices C y D.