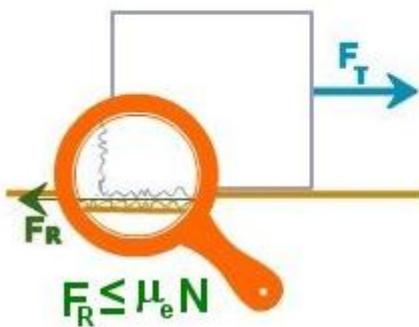


FUERZA DE ROZAMIENTO

¿Qué es?

Rozamiento o Fricción

La fuerza de rozamiento surge al tratar de desplazar un objeto apoyado en otro, tiene dirección paralela al plano de deslizamiento y sentido tal que se opone al movimiento.



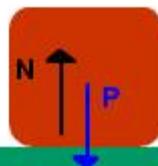
Su origen está en la rugosidad que podemos apreciar a nivel microscópico incluso en superficies pulimentadas.

Las nubes electrónicas que recubren los átomos se ubican en los campos de los núcleos positivos estableciendo enlaces que son rotos al desplazarse los objetos.

Sobre un bloque apoyado existen dos interacciones y cada una origina dos fuerzas, aunque sobre el bloque sólo se manifiesta una de ellas:

La interacción de la gravedad origina su peso $-P-$

La interacción del suelo origina una fuerza perpendicular a la superficie de contacto que lo empuja hacia arriba, llamada normal $-N-$, que en este ejemplo es igual al peso.



Al ejercer una fuerza de tracción se genera la fuerza de rozamiento que vale igual que la fuerza de tracción hasta que la F_r alcanza su valor máximo:

$$F_{\text{roz. máxima}} = \mu \cdot M$$

Si la F de tracción supera el valor de la fuerza de rozamiento máxima, aunque la fuerza de tracción aumente la F_r no pasa de ese valor, por el contrario disminuye, porque el coeficiente de rozamiento toma un valor menor que se llama **coeficiente de rozamiento dinámico**.

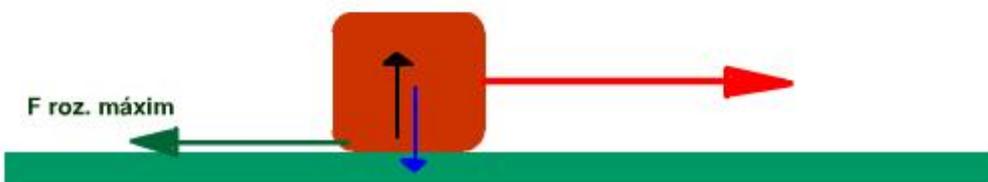
Si la fuerza de tracción sigue creciendo.....



El bloque se moverá con una aceleración originada por la fuerza de arrastre menos la fuerza de rozamiento máxima

$$F_{\text{tracción}} - \mu \cdot N = m_{\text{Bloque}} \cdot a$$

Aunque la fuerza de arrastre crezca la F_r no pasa de su valor máximo.

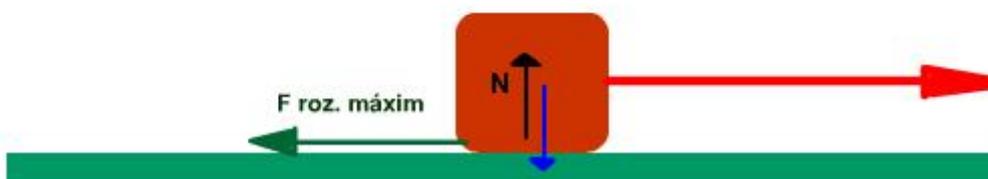


La fuerza de rozamiento varía entre 0 y $F_r \text{ máx} = \mu \cdot N$

$$F_r \leq \mu \cdot N$$

μ engloba las cualidades de los materiales de las superficies en contacto: tipo de materiales y grado de rugosidad.

N representa la fuerza de contacto entre las superficies que deslizan.



Características de la fuerza de rozamiento

- La **Fr** se opone al movimiento de un bloque que se desliza sobre un plano.
- La **Fr** es proporcional a la fuerza normal que ejerce el plano sobre el bloque.
- La **Fr** no depende del área aparente de contacto.
(A nivel microscópico el **área real** de contacto del bloque y la superficie es menor que el área de la cara apoyada o **área aparente**)
- La **Fr** no varía con la velocidad de desplazamiento del bloque una vez que se puso en movimiento.

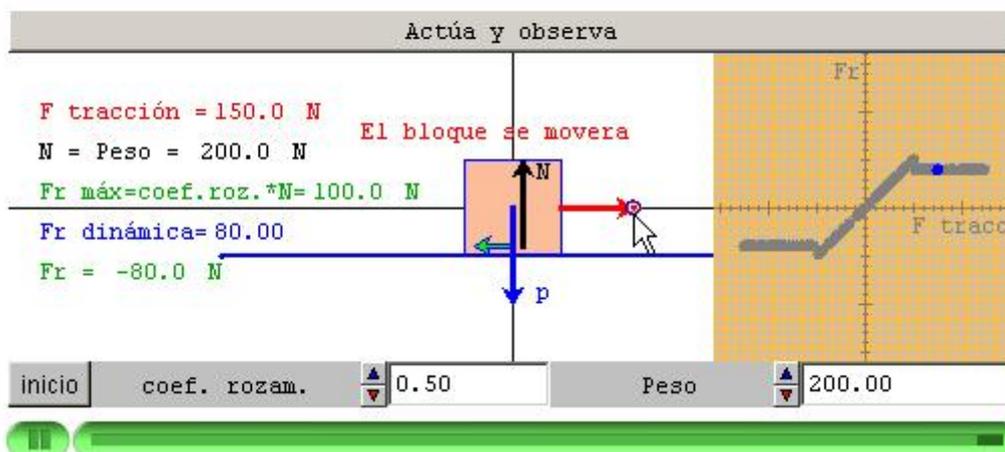
Objetivos

Pretendemos que al finalizar el estudio del tema seas capaz de:

- Saber cómo se origina y se representa la fuerza de rozamiento.
- Comprender que su valor varía desde cero hasta un valor máximo que depende de la fuerza de interacción entre las superficies que rozan y de la rugosidad de las superficies en contacto.
- Conocer de que depende y como se puede disminuir.
- Resolver ejercicios de dinámica donde intervienen fuerzas de rozamiento.

Ejemplo con escena

(Conecta el sonido de tu ordenador)



Las fuerzas de rozamiento se originan por las irregularidades de las superficies en contacto y por sus fuerzas de adherencia .

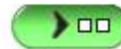
Se ponen de manifiesto al tratar de deslizar un cuerpo respecto al otro .

Su valor varia desde cero hasta

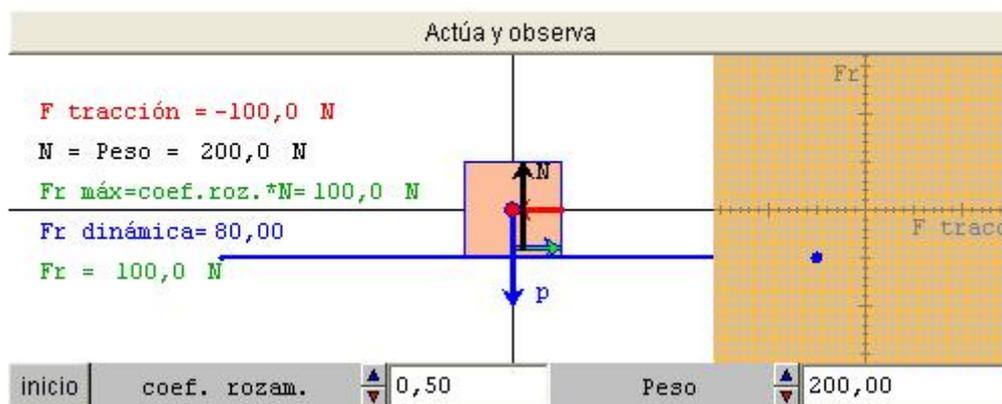
$$F_{\text{roz. máxima}} = \mu N$$

μ Engloba las cualidades de las superficies: tipo de materiales y grado de rugosidad.

N Representa las fuerza de contacto entre los cuerpos .



Escena interactiva sobre generación de la Fr



Actúa y observa: Mientras la F de tracción no alcanza el valor de $F_{\text{r máx}}$, la F_{r} es siempre igual a la F de tracción.

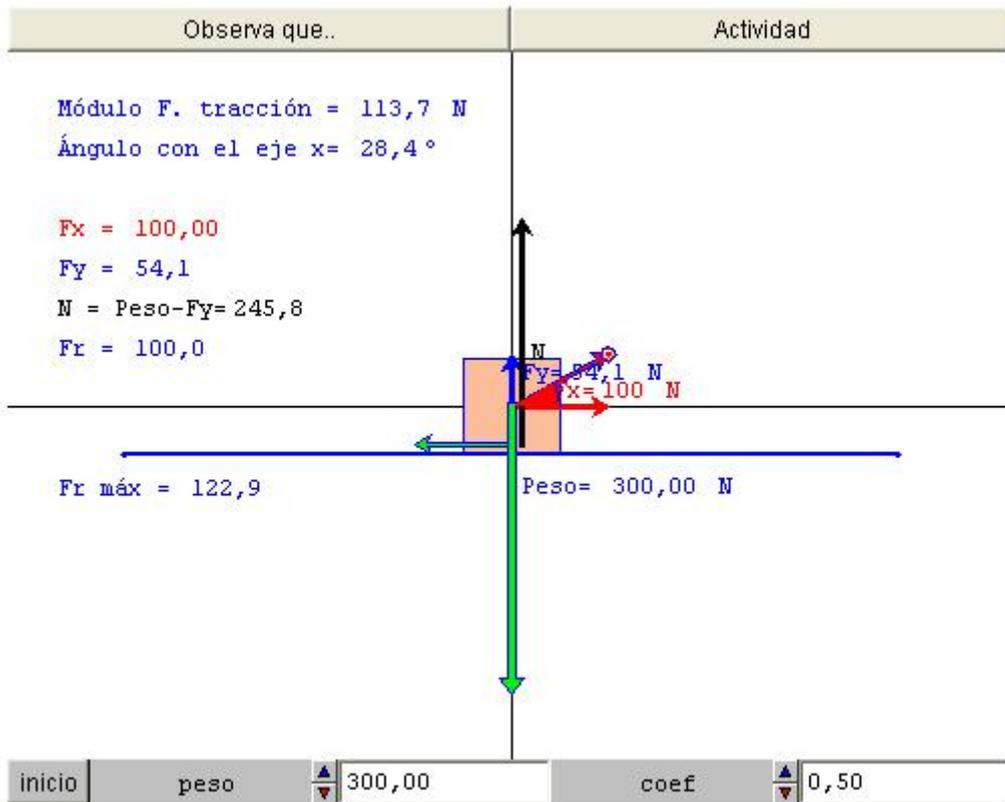
Por tanto, al comenzar a tirar surge una F_{r} igual en todo momento a la de tracción y el cuerpo no se mueve.

La fuerza Normal- N - en una superficie horizontal

N representa la fuerza que ejerce la superficie de apoyo contra un objeto situado sobre ella. Tiene dirección perpendicular a la superficie y punto de aplicación en la base del bloque.

Sobre un bloque apoyado en una superficie actúa el **peso**, que está aplicado en su centro de gravedad y también puede actuar una fuerza de tracción. Esta

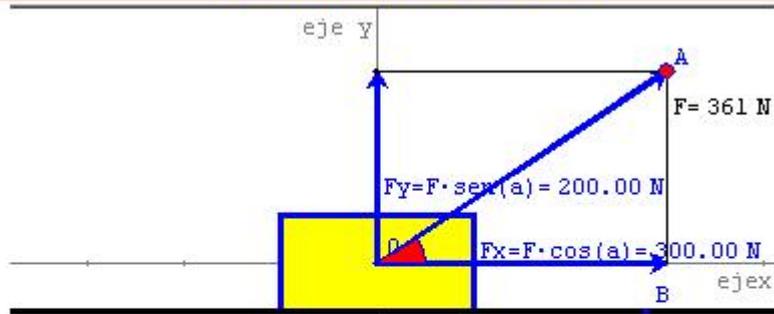
fuerza hace que la reacción que provoca el peso en el plano varíe según lo hace el ángulo de la fuerza de tracción con el plano. Si descomponemos estas fuerzas sobre unos ejes podemos estudiar mejor sus efectos.



Observa que... si mueves con el puntero del ratón la punta de la flecha, la fuerza de reacción normal -N- varía según lo hagan la fuerza o su ángulo.
 La componente F_y de la fuerza sumada con N siempre es igual al peso.
 Por tanto $N = \text{Peso} - f_y$
 Varía el ángulo y la fuerza hasta lograr que N sea casi cero.

Actividad: Comprueba que -N- aumenta aumentando el peso o disminuyendo la componente - F_y - de la fuerza.
 Comprueba que $F_r \text{ máx}$ aumenta al aumentar N.
 Comprueba que si - F_x - es menor que la $F_r \text{ máx}$, la fuerza de rozamiento es igual a F_x .

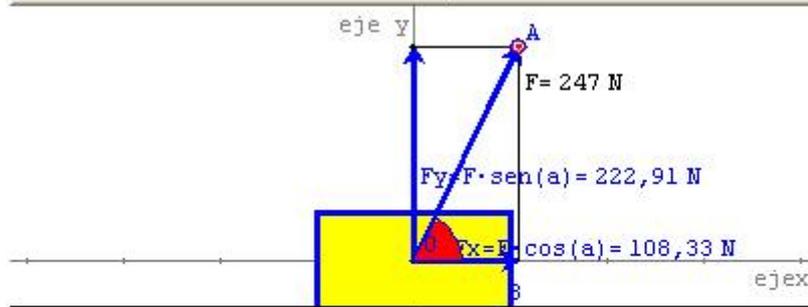
Descomposición de fuerzas



(2.917, -2.188)



Observa que..



inicio

limpiar

Observa que... La fuerza es igual a la suma de sus dos componentes $F_x + F_y$ (regla paralelogramo)
La componente F_x es igual al cateto contiguo al ángulo-triángulo OAB - y vale la fuerza por el coseno.
El cateto opuesto al ángulo en OAB es el lado AB que es igual a F_y y vale $F \cdot \sin(\text{ang}) = OA \cdot \cos(\text{ang})$

La fuerza normal- N- en un plano inclinado

La **N** es la fuerza de reacción del plano a la componente $p \cdot \cos \alpha$ del peso.

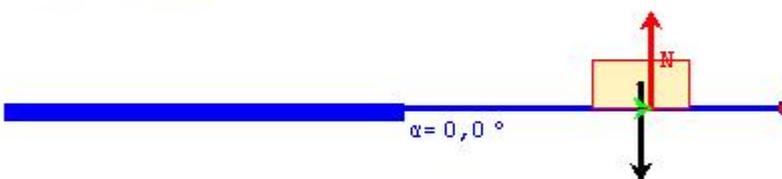
Su valor es: **$N = p \cdot \cos \alpha$** y su dirección es perpendicular al plano.

Depende del peso y del ángulo de inclinación del plano.

Nota. En la animación el bloque no se desliza porque la fuerza de rozamiento no alcanza nunca el valor $\mu \cdot N$ y se mantiene siempre igual a $P_x = p \cdot \sin \alpha$.

Por tanto **$Fr = p \cdot \sin \alpha$** .

Observa que...

$$N = P \cdot \cos \alpha$$
$$Fr = P \cdot \sin \alpha$$


El valor de la fuerza de rozamiento en esta escena no sobrepasa el valor de Fr máximo = μN

inicio Peso ▲ 100,00 Ver Peso ▼

Observa que... si varías en ángulo del plano arrastrando el punto rojo, la normal varía.

$$N = p \cos (\text{áng})$$

El ángulo que forma el plano inclinado con el suelo es igual al que forma el peso con el plano (por lados perpendiculares)

¿Cuándo **N** es igual al peso?

¿Qué le ocurre a la normal al aumentar el ángulo?

Recuerda: El ángulo que forma el plano inclinado con el suelo es igual al que forma el peso con el plano inclinado (por tener sus lados perpendiculares)

Coeficiente de rozamiento

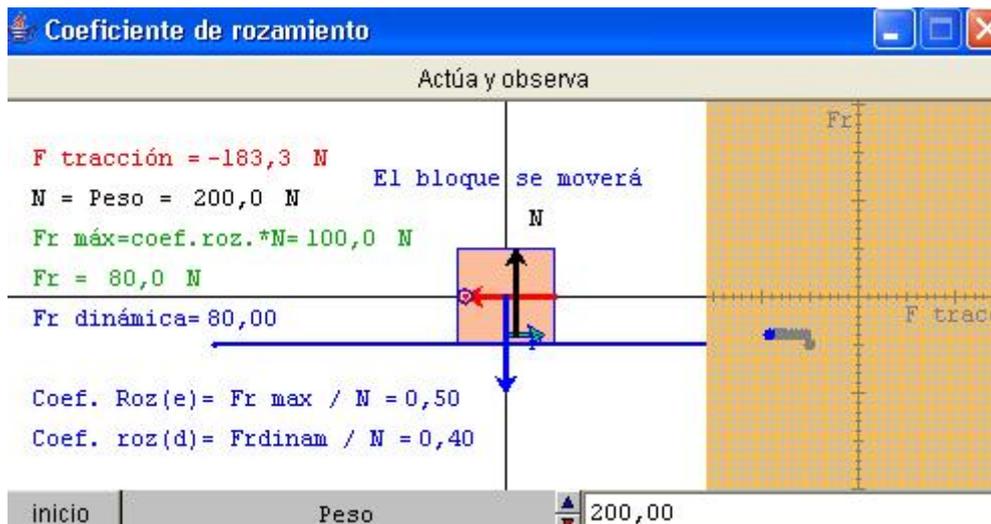
La fórmula $F_r \text{ máx} = \mu \cdot N$ es empírica (deducida experimentalmente) y refleja que la fuerza de rozamiento es directamente proporcional al tipo de superficie y a la fuerza con que se presionan una cara de un objeto contra la cara de otro (N).

$$\mu_e = \frac{F_r \text{ máx}}{N}$$

El coeficiente de proporcionalidad que relaciona la fuerza necesaria para que un bloque empiece a deslizarse (igual a la $F_r \text{ máx}$.) y la fuerza normal se llama coeficiente estático de rozamiento (μ_e).

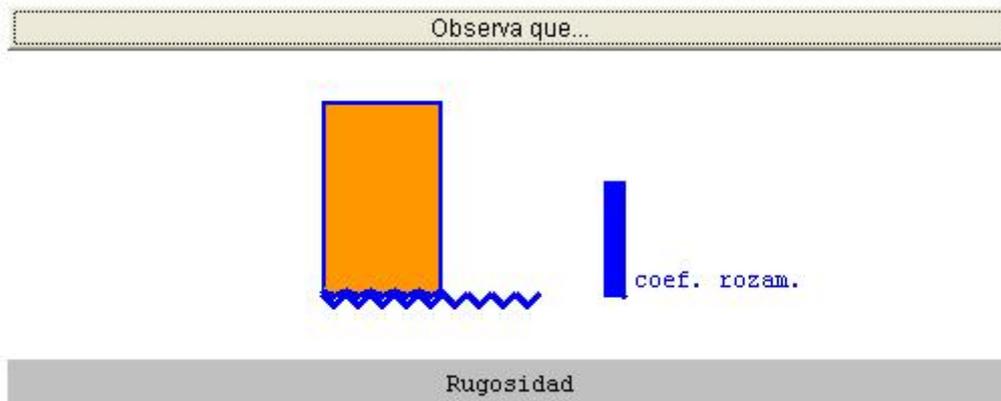
Al ser un cociente de fuerzas carece de unidades.

Cuando el bloque empieza a deslizarse la fuerza necesaria para mantener el movimiento, F_r' , es menor que la fuerza justo antes de deslizarse. La relación entre esta fuerza y la N se llama coeficiente de rozamiento dinámico ($\mu_d = F_r' / N$).



Actúa y observa: la fuerza de rozamiento alcanza un máximo justo antes de deslizar el cuerpo. Ese punto permite hallar el coeficiente estático de rozamiento.

Al deslizar la fuerza de rozamiento es menor y a ella corresponde un coeficiente dinámico menor.



Observa que... en esta caja apoyada en el suelo rugoso, al aumentar la rugosidad del fondo, el coeficiente de rozamiento aumenta.

Al aumentar las irregularidades de la superficie la oposición al arrastre es mayor y al aumentar la normal, debido al aumento de peso del objeto, las irregularidades se incrustan más.

En realidad esto es un poco más complejo porque lo que sucede con las irregularidades es que las cargas superficiales de los átomos se reorientan y dan origen a más fuerzas de enlace.

Tabla de coeficientes de rozamiento

Coeficientes de rozamiento estáticos (μ_e) y dinámicos (μ_d)

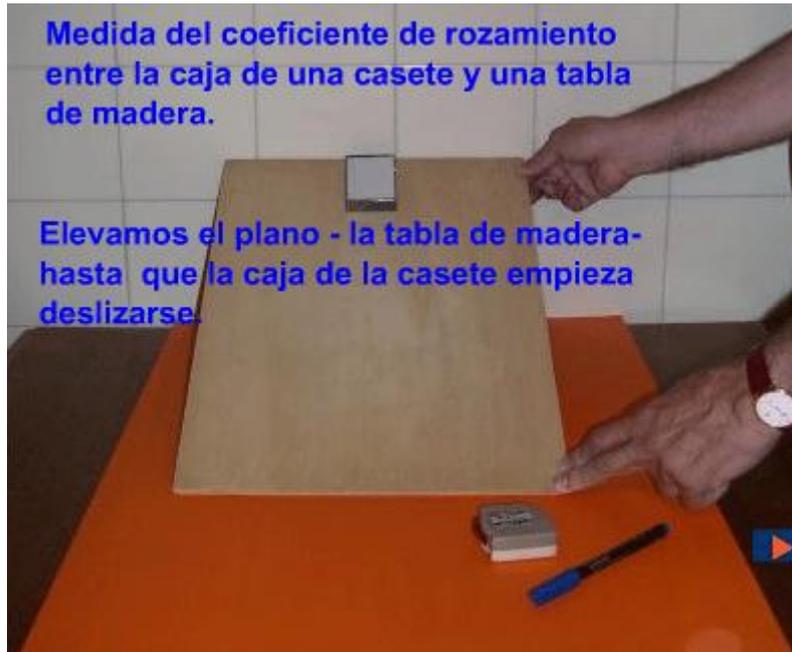
Superficies en contacto	μ_s	μ_d
Cobre sobre acero	0.53	0.36
Acero sobre acero	0.74	0.57
Aluminio sobre acero	0.61	0.47
Caucho sobre cemento (concreto)	1.0	0.8
Madera sobre madera	0.25 - 0.5	0.2
Madera encerada sobre nieve húmeda	0.14	0.1
Teflón sobre teflón	0.04	0.04
Articulaciones sinoviales en el cuerpo humano.	0.01	0.003

Estos coeficientes se han obtenido del libro de Física General de Serway, Editorial McGraw-Hill. (1992). Recuerda que aún siendo los mismos materiales otros libros dan valores distintos porque además del tipo de material también influye el grado de rugosidad de los materiales empleados en la experiencia.

Cómo medir el coeficiente de rozamiento de dos superficies

Medida del coeficiente de rozamiento entre la caja de una casete y una tabla de madera.

Elevamos el plano - la tabla de madera - hasta que la caja de la casete empieza deslizarse.



Marcamos en la pared la altura alcanzada por el plano.

Marcamos en la cartulina el punto de apoyo del plano .



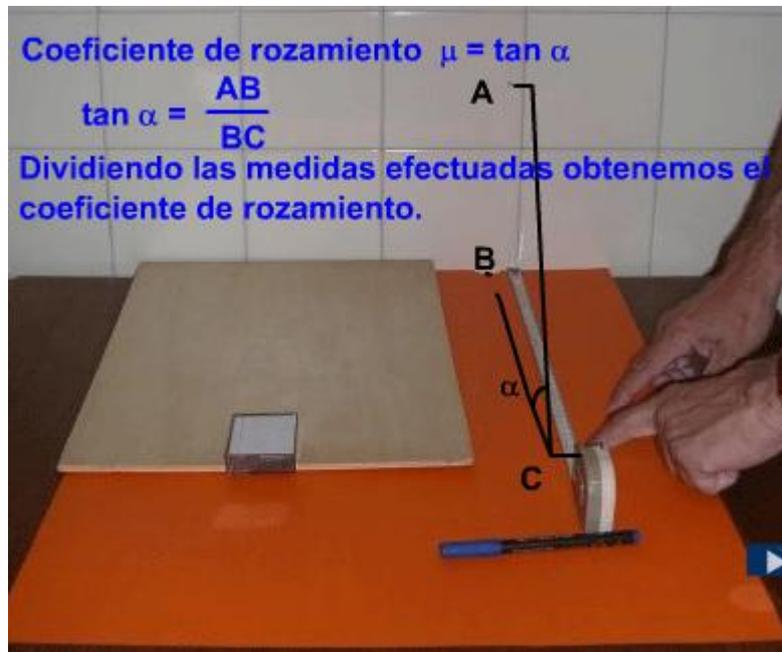
Para hallar el ángulo medimos la altura alcanzada.



Coefficiente de rozamiento $\mu = \tan \alpha$

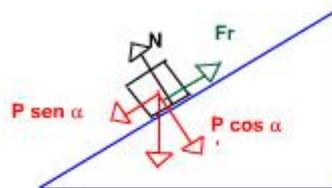
$$\tan \alpha = \frac{AB}{BC}$$

Dividiendo las medidas efectuadas obtenemos el coeficiente de rozamiento.





Justificación matemática



Elevamos el plano y justo en el momento que comienza a deslizar el bloque se alcanza la fuerza de rozamiento máxima que es igual a la componente del peso: $P \cdot \sin \alpha$

$$Fr \text{ máx} = P \cdot \sin \alpha$$

También sabemos que: $N = P \cdot \cos \alpha$

Por tanto:

$$Fr \text{ máx} = \mu \cdot N$$

$$\left. \begin{aligned} \mu \cdot N &= P \cdot \sin \alpha \\ N &= P \cdot \cos \alpha \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Dividiendo miembro} \\ \text{a miembro} \end{array}$$

$$\mu = \tan \alpha$$

Midiendo la tangente del ángulo obtenemos el coeficiente de rozamiento



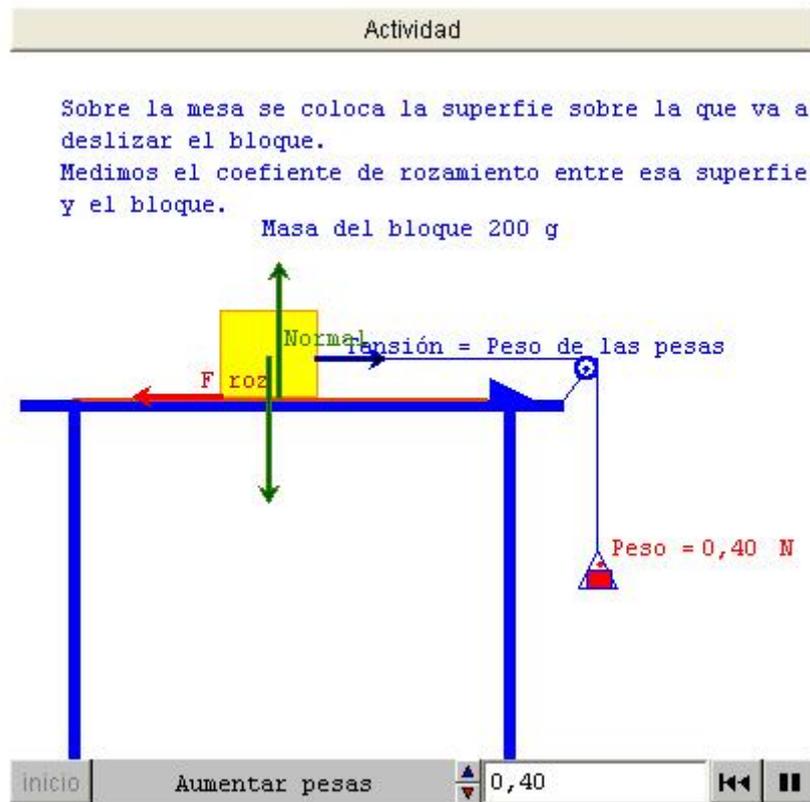
Medida del coeficiente estático con un TRIBÓMETRO

Este aparato se llama tribómetro. Si conocemos el peso del bloque, cuya masa medimos previamente, y el valor de las pesas necesarias para que el bloque empiece a deslizarse, podemos conocer el coeficiente de rozamiento.

$Fr = \mu \cdot N$; Tensión = $\mu \cdot N$; Peso pesas (iniciar deslizam.) = $\mu \cdot$ Peso bloque.

$$\mu = \text{Peso de las pesas} / \text{Peso del bloque}$$

La escena acaba justo antes del choque, porque al chocar el bloque y las pesas saltarán por el aire.



Actividad: ¿Tiene la F_r siempre el mismo valor?

En el momento que el bloque comienza a deslizarse, la fuerza de rozamiento máxima es igual a la fuerza de tracción y ésta igual al peso de las pesas.

$$F_r = \text{coef.est.roz} \cdot N$$

La masa del bloque es de 200 gramos Por tanto la normal y su peso son 2 newtons.

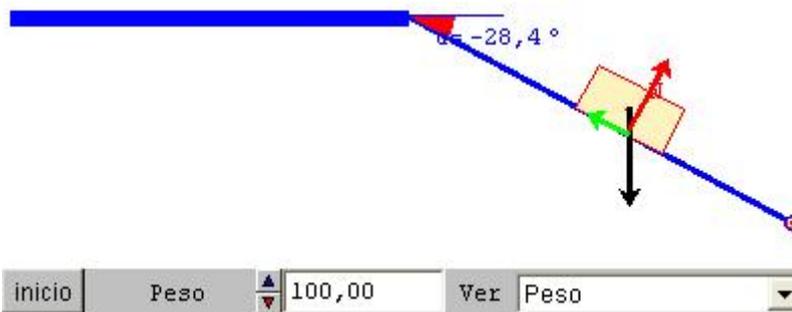
¿Qué coeficiente de rozamiento obtienes con estos datos?

Haz un esquema en tu libreta y registra los datos.

Fuerza de rozamiento en un plano inclinado

Observa que...

El valor de la fuerza de rozamiento en esta escena no sobrepasa el valor de F_r máximo = μN
 $N = P \cdot \cos \alpha$
 $F_r = P \cdot \sin \alpha$



Observa que... si varías en ángulo del plano arrastrando el punto rojo, la normal varía.

$$N = p \cos(\text{áng})$$

$P \cdot \sin(\text{áng})$ tira del bloque hacia abajo en la dirección paralela al plano y a su acción se opone la F_r .

$$F_r = P \cdot \sin(\text{áng})$$

$$F_r < \text{coef.roz.} \cdot N$$

El cuerpo no se desliza porque $P \sin(\text{áng})$ nunca es mayor que $(\text{coef.roz.} \cdot N)$

En esta escena:

$$F_r = P \cdot \sin \alpha$$

$$F_r < \mu \cdot N$$

El cuerpo no se desliza porque $P \cdot \sin \alpha$ nunca es mayor que $\mu \cdot N$

Fuerza de rozamiento y normal en un plano inclinado con fuerza de tracción

Observa que...

Ángulo del plano = $-9,7^\circ$

Ángulo de la fuerza con el plano = $8,0^\circ$

Componentes Peso (P_x, P_y) = $(-16,9 \text{ N}, 98,5 \text{ N})$

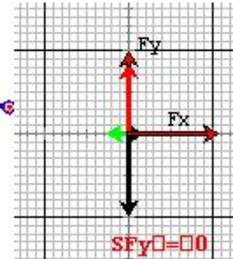
Normal = $83,3 \text{ N}$

Componentes arrastre (F_x, F_y) = $(106,8 \text{ N}, 15,1 \text{ N})$

F roz máx = $41,6 \text{ N}$

F roz en cada instante = $41,6 \text{ N}$

¡El bloque se mueve sobre el plano!



inicio Peso Ver Compon. peso Coef. roz

Observa que... si varías en ángulo del plano arrastrando el punto rojo, la normal varía.

También lo hará si varías el ángulo de la fuerza de tracción

$$N = P \cos(\text{ang}) - F \sin(\text{ang}')$$

Al variar la normal también lo hace la fuerza de rozamiento máxima

En el gráfico, en cada eje, los vectores se dibujan uno a continuación del otro.

Problemas

Problema 1

Tiramos de un bloque de masa 20 kg apoyado en una superficie horizontal con una fuerza paralela al suelo de 50 N . Sabiendo que su coeficiente de rozamiento estático es $0,5$, calcula:

- a) La fuerza de rozamiento.
- b) Los valores de la fuerza de rozamiento máximo y mínimo cuando arrastramos con fuerzas comprendidas entre 30 N y 120 N .
- c) Recrea, en la escena que figura en la ayuda, las condiciones del problema y a partir de ellas aumenta la fuerza de tracción hasta que el

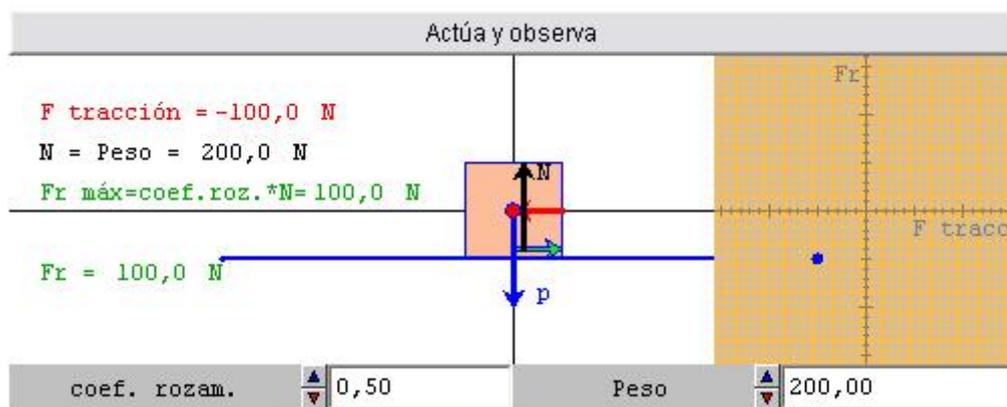
cuerpo se mueva. ¿Qué valor puedes deducir de los datos de la escena para el coeficiente dinámico de rozamiento (μ') ?

Nota. Toma como valor de g, ($9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$), $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Ayuda a la resolución del problema 1

1.- Memorización de datos y adecuación al S.I.

Haz un esquema en tu libreta (puedes ayudarte de esta escena-simulación) y memoriza los datos: escribe en una tabla los valores que tienes y deja un ? para los que te piden.



Actúa y observa: Mientras la F de tracción no alcanza el valor de Fr max, la Fr es siempre igual a la F de tracción.

Por tanto, al comenzar a tirar surge una Fr igual en todo momento a la de tracción y el cuerpo no se mueve.

Calcula los valores de la fuerza peso expresados en unidades del S.I (peso = masa·g)

Conocemos		Queremos conocer	Tabla de soluciones
Masa del cuerpo	0,2 kg	F. rozam. máxima	?
Coef. de roz. estático	0,5	F. rozam. (variable)	?
F. de tracción	50 N	Coef. roz. dinámico	?
Ángulo de la fuerza	0°		

2.- Teoría y fórmulas posiblemente necesarias

Recuerda como se genera la fuerza de rozamiento, su sentido.
Recuerda que la Fuerza de rozamiento máxima es $F_r \text{ max} = M N$

3.- Plan de resolución y preguntas oportunas

La fuerza máxima que se puede alcanzar ¿se genera desde que empezamos a tirar del cuerpo?

Si la fuerza de tracción es menor que la fuerza de rozamiento máxima, la $F_r = F \text{ tracción}$.

Utiliza las fórmulas empleando los valores que corresponden a cada instante. Debes hallar el valor de la normal.

La fuerza de rozamiento máxima disminuye ligeramente cuando el cuerpo empieza a moverse ($\mu' < \mu$)

4.- Simulación interactiva

Recrea en [esta escena](#) las condiciones del problema y usa la animación para resolver el apartado c.

Observa en los valores que aparecen que después del pico de la gráfica la fuerza de rozamiento cae a un valor menor.

Problema 2

Tiramos de un bloque de 30 kg de masa que reposa sobre un plano horizontal con una fuerza de 200 N que forma un ángulo de 30° con el plano. Si el coeficiente de rozamiento es 0,4 , calcula:

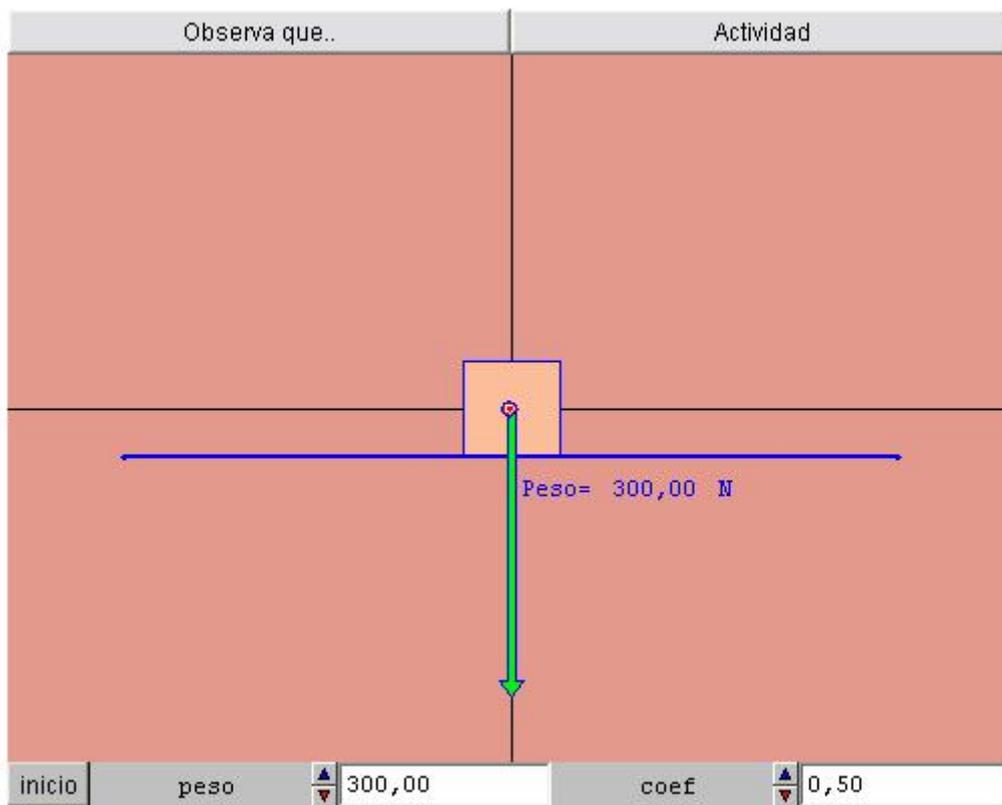
- a) Las componentes de la fuerza de tracción, el valor de la normal, la fuerza de rozamiento máxima y sus puntos de aplicación. ¿Se moverá el bloque? Características del movimiento.
- b) La fuerza de rozamiento que se genera cuando tiras con el mismo ángulo pero sólo con 100 N.
- c) Recrea en la escena que figura en la ayuda las condiciones del problema.

Nota. Aunque el coeficiente de rozamiento dinámico es menor que el estático en este problema vamos a considerarlo igual.

Ayuda a la resolución del problema 2

1.- Memorización de datos y adecuación al S.I.

Lee atentamente el enunciado. Haz un esquema en tu libreta (puedes ayudarte de esta escena-simulación) y memoriza los datos: escribe los que tienes y los que te piden. Es en tu libreta donde debes desarrollar la resolución matemática del mismo.



Observa que... si mueves con el puntero del ratón la punta de la flecha, la fuerza de reacción normal -N- varía según lo hagan la fuerza o su ángulo.

La componente F_y de la fuerza sumada con N siempre es igual al peso.

Por tanto $N = \text{Peso} - f_y$

Varía el ángulo y la fuerza hasta lograr que N sea casi cero.

Actividad: Comprueba que -N- aumenta aumentando el peso y disminuyendo la componente - F_y - de la fuerza.

Comprueba que F_r máx aumenta al aumentar N.

Comprueba que si - F_x - es menor que la F_r máx la fuerza de rozamiento es igual a F_x

Utiliza unas tablas para resumir los datos y ponerlos, si no lo están, en el S.I.

Conocemos		Queremos conocer	Tabla de soluciones
Masa del cuerpo	30 kg	F_x	?
Coef. roz. estático	0,4	F_y	?
F. tracción	200 N	N	?
Ángulo de la fuerza	30°	Tipo movimiento	?
Cuando F. tracción	100 N	F roz	?

2.- Teoría y fórmulas posiblemente necesarias

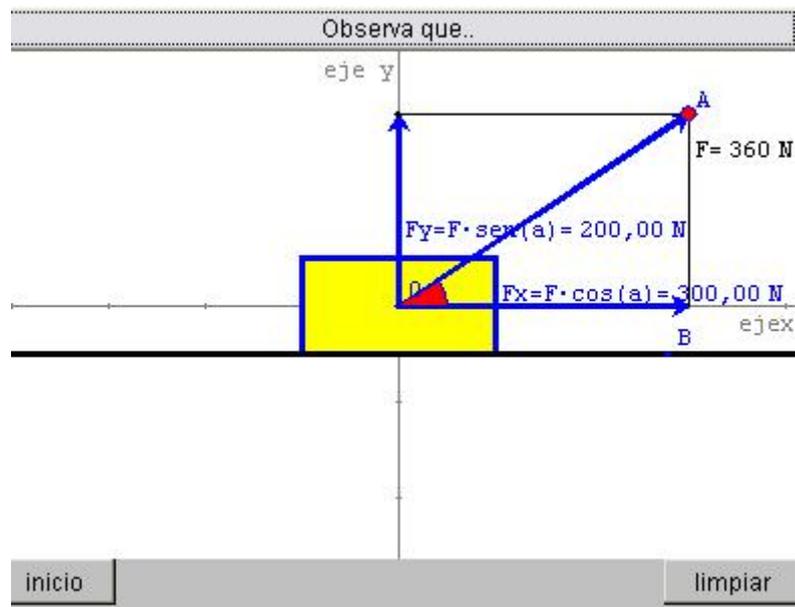
Recuerda como se descompone una fuerza (F_x , F_y) y que el peso es $P = mg$

$$N + F_y = \text{Peso}$$

Recuerda que la Fuerza de rozamiento máxima es $F_{r \text{ max}} = \mu N$

Recuerda que: $\sum F_x = m \cdot a$ (Si existe F neta hay aceleración)

Repasa la descomposición de una fuerza



Observa que... La fuerza es igual a la suma de sus dos componentes $F_x + F_y$ (regla paralelogramo)

La componente F_x es igual al cateto contiguo al ángulo-triángulo OAB- y vale la fuerza por el coseno.

El cateto opuesto al ángulo en OAB es el lado AB que es igual a F_y y vale $F \cdot \sin(\text{ang}) = OA \cdot \cos(\text{ang})$

Repasa los conceptos en la [escena](#).

3.- Plan de resolución y preguntas oportunas.

Representa el bloque por un punto en el que se cruzan los ejes y sobre ellos las fuerzas verticales y horizontales.

Aplica las ecuaciones para cada eje. En el vertical las fuerzas neutralizan al peso y en el horizontal si se sobrepasa la $F_{\text{roz. máxima}}$ habrá movimiento.

¿Existe un único valor para el peso? ¿Y para la N si varía el ángulo o la fuerza?

¿Qué pasa si la componente de la fuerza de tracción no supera la $F_{\text{roz. máxima}}$?

4.- Simulación interactiva

Recrea con la [escena ejemplo](#) las condiciones del problema y observa como varían los distintos parámetros.

Problema 3

Quizás te preguntaste más de una vez al arrastrar un bloque por una superficie horizontal con que ángulo deberás tirar para que la eficacia sea máxima. Tú observabas que, aumentando el ángulo, la componente de arrastre se hacia menor, pero al hacerlo también disminuía el rozamiento. ¿Existirá un ángulo con el que podemos conseguir la máxima eficacia de arrastre?.

Vamos a usar la escena de ayuda. Fija en ella unos datos y comprueba con ayuda de lápiz y papel si los valores que muestra están bien calculados. Por ejemplo fija un ángulo de 30° y calcula los valores que se muestran.

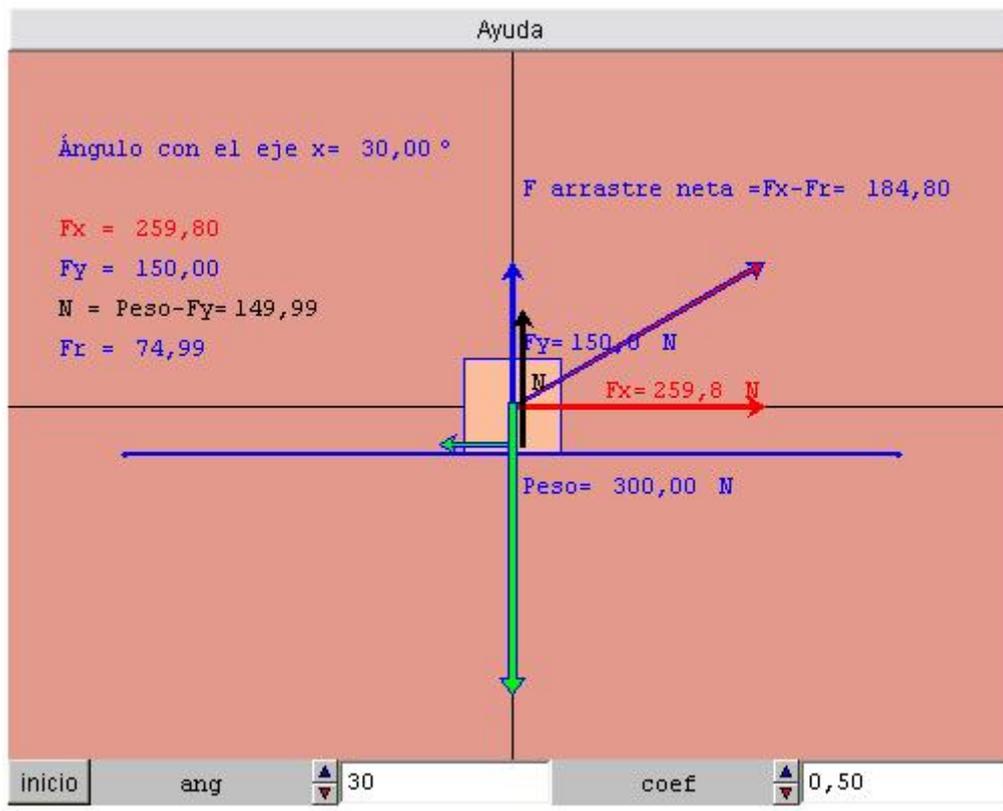
Fija el coeficiente de rozamiento en 0.5. Utilizando una fuerza de tracción de 300 N construye una tabla en la que figure el ángulo y la fuerza arrastre neta para ese ángulo. Calcula a partir de esa tabla el ángulo más apropiado para la tracción (fuerza de arrastre neta sea máximo).

Fija el coeficiente de rozamiento en 0.4 y realiza los mismos cálculos.

¿Se obtienen los mismos resultados con distintos coeficientes de rozamiento?

Ayuda a la resolución del problema 3

Trata de contestar las preguntas planteadas con la ayuda de la escena.



Ayuda: Fija un valor del coeficiente de rozamiento y varía el valor del ángulo observando como varían las componentes de la fuerza de arrastre y la normal.

Haz variar el ángulo y haz una tabla con los valores de la fuerza de arrastre neta para cada ángulo. Observa para qué ángulo se produce el arrastre máximo

¿Se produce el máximo para el mismo ángulo si cambias el coeficiente de rozamiento?

Un bloque de masa 10 Kg (tomamos $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ y peso 100 N) reposa sobre un plano cuya inclinación podemos variar y con la que tiene un coeficiente de rozamiento muy alto 0,9.

Para un ángulo del plano de 30° , calcula:

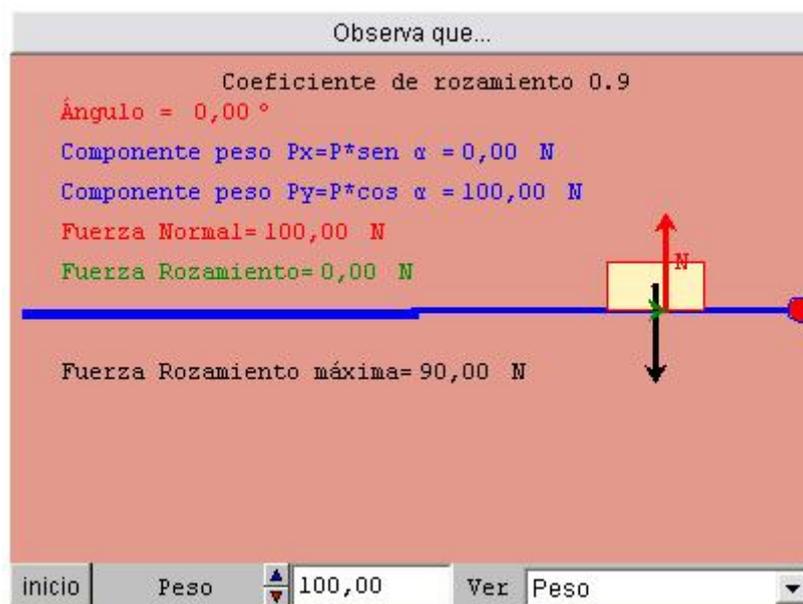
- Las componentes del peso.
- La fuerza de rozamiento en ese momento.
- ¿Se alcanza la fuerza de rozamiento máxima con la inclinación de 30° ? ¿Se deslizará el bloque?

Ayuda a la resolución del problema 4

1.- Memorización de datos y adecuación al S.I.

Haz un esquema en tu libreta (puedes ayudarte de esta escena-simulación) y memoriza los datos: escribe en una tabla los que tienes y los que te piden.

OJO.- ¡La fuerza peso siempre es perpendicular al suelo y la fuerza normal es perpendicular al plano!



Observa que... si varías en ángulo del plano arrastrando el punto rojo, la normal varía.

$$N = p \cos(\text{áng})$$

¿Cuándo N es igual al peso?

¿Qué le ocurre a la normal al aumentar el ángulo?

Conocemos		Queremos conocer	Tabla de soluciones
Masa del cuerpo	10 kg	Px	?
Coef. roz. estático	0,9	Py	?
Ángulo del plano	30°	F roz.	?
		F roz- máx	?

2.- Teoría y fórmulas posiblemente necesarias

El ángulo que forma el plano con la horizontal es el mismo que forma el peso con el plano porque son ángulos que tienen sus lados perpendiculares.

Las componentes del peso varían según el ángulo:

$$P_x = P \cdot \sin \alpha$$

$$P_y = P \cdot \cos \alpha$$

$$F_r \text{ máx} = \mu \cdot N$$

$$\Sigma F_y = 0$$

3.- Plan de resolución y preguntas oportunas.

¿Has representado bien la dirección de las fuerzas en el esquema?

¿Se alcanzará la fuerza de rozamiento máxima para una pequeña inclinación del plano? Recuerda lo que pasa cuando un libro está sobre un plano y elevas el plano. ¿Se desliza al principio? ¿Existirá fuerza de rozamiento al principio? ¿Qué es lo que impide que se deslice al principio?

¿Se deslizará el cuerpo si la componente del peso paralela al plano sobrepasa la $F_{roz. máx}$?

¿Qué fuerza de tracción genera aparición de la fuerza de rozamiento?

Utiliza el esquema, escribe y aplica las fórmulas en cada eje con los valores que se producen en cada momento.

4.- Simulación interactiva

Recrea las situaciones del problema [con la escena](#) y observa como varían los parámetros al aumentar el ángulo.

Problema 5



Tenemos un libro de masa 2000 g. El de esta foto tiene esa masa. ¡Cómo pesan los libros!. ¿Qué fuerza mínima debemos emplear para que el libro no se deslice al apretarlo contra una pared?. El coeficiente de rozamiento entre la pared y el libro es 0.6, el mismo que entre la mano y el libro.
Nota.- Toma $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

Ayuda a la resolución del problema 5

1.- Memorización de datos y adecuación al S.I.

Haz un esquema en tu libreta en el que aparezcan las fuerzas que intervienen.

Cubre un cuadro con los valores que tienes y los que debes obtener.

Conocemos		Queremos conocer	Tabla de soluciones
Masa del cuerpo	2 kg	Fuerza	?
Coef. roz. estático	0,6		

2.- Teoría y fórmulas posiblemente necesarias

El peso arrastra el libro hacia abajo y la fuerza de rozamiento con la pared lo contrarresta. Al empujar el libro contra la pared esta ejerce sobre el libro una reacción normal. Sobre el libro se aplican las siguientes fuerzas: Fuerza de compresión, Normal, Peso y Fr.

$$F_r \text{ máx} = \mu \cdot N$$

$\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$. El libro está en equilibrio y no se desliza.

3.- Plan de resolución y preguntas oportunas.

Si empujara con un dedo extendido, pero con la misma fuerza, ¿se produciría la misma reacción normal? Aunque ahora la superficie de contacto es menor ¿existirá la misma fuerza de rozamiento?

¿El rozamiento con la mano impide que se deslice el libro?

Utiliza el esquema, escribe y aplica las fórmulas en cada eje con los valores que se producen en cada momento.

En la escena que figura más abajo fija una inclinación del plano y una vez fijada varía la posición de la fuerza -siempre en ángulo positivo- para que F_x sea superior a la fuerza de rozamiento y a la componente P_x del peso. ¿Qué le ocurrirá al bloque en estas condiciones? ¿Hacia donde acelerará?

Sigue variando la fuerza de tracción hasta alcanzar ángulos negativos, tirando hacia abajo, (manera bastante ilógica de arrastrar). Se llegan a establecer las condiciones de equilibrio bajo las cuales el bloque, a pesar de tirar de él, no se mueve. ¿Puede ser neutralizada F_x por la componente P_x y una parte de la fuerza de rozamiento sin que tenga que generarse toda la que corresponde al valor de la normal en ese momento?.

(Consejo: tira hacia abajo con la fuerza de tracción y verás como al crecer N la F_r se hace más pequeña).

Escribe las ecuaciones de la dinámica en los dos ejes para las distintas situaciones.

Observa que...

Ángulo del plano= 0,00 °
 Ángulo de la fuerza con el plano= -14,03 °
 Normal= 125,00 N
 Componente arrastre F_x = 100,00 N
 Componente arrastre F_y = -25,00 N

$F_{roz\ máx}$ = 62,50 N
 $F_{roz\ en\ cada\ instante}$ = 62,50 N

;El bloque se mueve sobre el plano!

inicio Peso Ver Peso Coef. roz

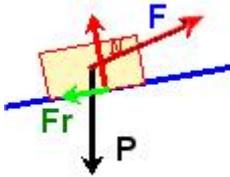
Observa que... si varías en ángulo del plano arrastrando el punto rojo, la normal varía.

$$N = p \cos(\text{áng})$$

¿Cuándo N es igual al peso?

¿Qué le ocurre a la normal al aumentar el ángulo?

Problema 7



Tiramos con una fuerza de 150 N de un bloque de 10 000 g apoyado en una superficie que forma un ángulo de 10° con la horizontal por medio de una fuerza que forma a su vez con el plano un ángulo de 15° . Si el coeficiente de rozamiento entre el plano y el bloque es 0,6, calcula:

- a) El valor de las componentes del peso y de la fuerza. Dibuja sus puntos de aplicación dirección y sentido.
- b) El valor de la normal.
- c) La fuerza de rozamiento máxima.
- d) La aceleración con que se mueve.

Ayuda a la resolución del problema 7

1.- Memorización de datos y adecuación al S.I.

Haz un esquema en tu libreta (puedes ayudarte de esta escena-simulación) y memoriza los datos: escribe en una tabla los valores que tienes y deja un ? para los que te piden. Expresa sus valores en el S.I.

Observa que...

Ángulo del plano (a_1) = $0,00^\circ$
 Ángulo de la fuerza con el plano (a_2) = $-14,03^\circ$
 Componente arrastre $F_x = F \cdot \cos(a_2) = 100,00 \text{ N}$
 Componente arrastre $F_y = F \cdot \sin(a_2) = -25,00 \text{ N}$
 Normal = $P_y - F_y = 125,00 \text{ N}$

$F_{\text{roz máx}} = \text{coef} \cdot N = 62,50 \text{ N}$
 $F_{\text{roz en cada instante}} = 62,50 \text{ N}$

¡El bloque se mueve sobre el plano!

Observa que... si varías en ángulo del plano arrastrando el punto rojo, la normal varía.

$$N = p \cos(\text{áng})$$

¿Cuándo N es igual al peso?

¿Qué le ocurre a la normal al aumentar el ángulo?

OJO.- ¡La fuerza peso siempre es perpendicular al suelo y la fuerza normal es perpendicular al plano!

Calcula los valores de las fuerzas peso expresados en unidades del S.I (peso = masa·g)

Conocemos		Queremos conocer	Tabla de soluciones
Masa del cuerpo	10 kg	P_x, P_y	?
Coef. roz. estático	0,6	F_x, F_y	?
F. tracción	150 N	F. roz. máx.	?
Ángulo del plano	$a_1 = 10^\circ$	N	?
Ángulo de la fuerza	$a_2 = 15^\circ$	aceleración.	?

2.- Teoría y fórmulas posiblemente necesarias

Recuerda que el eje de desplazamiento va a ser paralelo al plano (eje x) y que la normal va a estar en la perpendicular a ese eje y le llamamos eje y.
Descompón la fuerza y el peso en esos ejes.

El ángulo que forman el peso y la perpendicular al plano es igual al ángulo del plano por estar formados los dos por lados perpendiculares.

Eje x : $P_x = P \sin a_1$ (arrastra el bloque hacia atrás)
Eje y : $P_y = P \cos a_1$ (empuja el bloque contra el plano)

Eje x : $F \cos a_2$
Eje y : $F \sin a_2$

Recuerda como se genera la fuerza de rozamiento, su sentido y que la Fuerza de rozamiento máxima es $F_r \text{ máx} = \mu N$ y se encuentra en el eje x.
 $\Sigma F_x = m \cdot a$

3.- Plan de resolución y preguntas oportunas

Si la fuerza de tracción en el eje x, F_x , es mayor que $P \sin a_1 + F_r \text{ máx}$ el bloque se desplaza hacia la derecha.

Si la fuerza de tracción F_x es igual a $P \sin a_1 + F_r \text{ máx}$, o a $P \sin a_1$ + algo de fuerza de rozamiento el cuerpo está en equilibrio. Esto sólo se produce si se tira hacia la derecha y hacia abajo.

Si P_x sobrepasa a $F_x + F_r \text{ máx}$ el cuerpo se desliza hacia la izquierda.

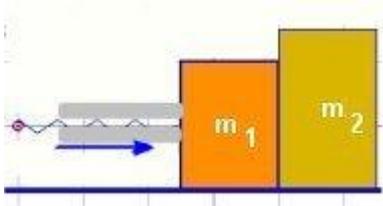
Plantea las ecuaciones del movimiento y resuélvelas. Calcula los valores de las fuerzas y sus sentidos. Representálas en un diagrama.

4.- Simulación interactiva

Recrea en [esta escena](#) las condiciones del problema.

Utiliza en la escena las opciones de ver las componentes del peso y de la fuerza.

Problema 8



Empujamos, comprimiendo un muelle, dos bloques apoyados en un plano horizontal de masas $m_1 = 8.000 \text{ g}$; $m_2 = 12.000 \text{ g}$ y coeficientes de rozamiento $c_1 = 0,4$ y $c_2 = 0,5$

A medida que apretamos se van generando fuerzas de rozamiento y fuerzas entre los dos

bloques. [Ver escena](#)

Calcula:

- La fuerza de rozamiento máxima entre los bloques y el suelo.
- Si empujamos con una fuerza de 50 N, ¿con qué fuerza el bloque 1 empuja al 2?
¿Cuál será la fuerza de rozamiento del bloque dos? ¿Se moverán los bloques?
- La aceleración de los bloques cuando empujamos con una fuerza de 150 N.
- La fuerza de acción y reacción entre los bloques cuando empujamos con una $F = 150 \text{ N}$.

Escena Interactiva

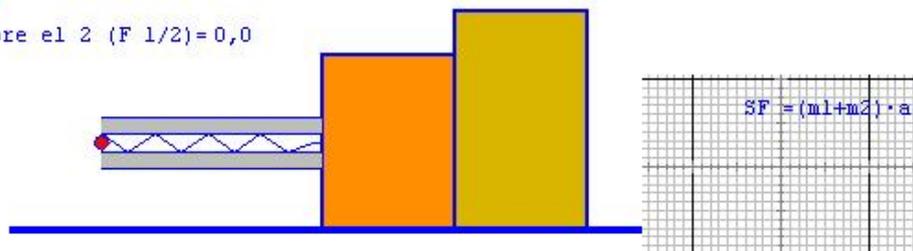
Observa que...

$F_{\text{externa}} = 0,0 \text{ N}$

$F_{r1} = 0,0 \text{ N}$

$F_{\text{del 1 sobre el 2}} (F_{1/2}) = 0,0$

$F_{r2} = 0,0$



$F_{\text{total neta}} = F_{\text{ext}} - F_{r1} - F_{r2} = 0,0$

$F_{\text{total neta}} = \text{masa total} \cdot a$

Ver ----- ▾

inicio coef1 \uparrow 0,40 \downarrow coef2 \uparrow 0,50 \downarrow m1 \uparrow 8,0 \downarrow m2 \uparrow 12,0 \downarrow

Observa que... al comprimir el muelle moviendo el punto rojo se generan las fuerzas. También puedes ver sus valores y la representación gráfica de las resultantes.

Ayuda a la resolución del problema 8

1.- Memorización de datos y adecuación al S.I.

Haz un esquema en tu libreta (puedes ayudarte de esta escena-simulación) y memoriza los datos: escribe en una tabla los valores que tienes y deja un ? para los que te piden. Expresa sus valores en el S.I.

Conocemos		Queremos conocer	Tabla de soluciones
Masa cuerpo 1	8 kg	Fr 1 máx	?
Masa cuerpo 2	12 kg	Fr 1 máx	?
Coef. roz. 1	0,4	Fr 1, Fr 2 (variables)	?
Coef. roz. 2	0,5	F _{1/2}	?
F. empuje	150 N	aceleración.	?

2.- Teoría y fórmulas posiblemente necesarias

El peso se neutraliza con la reacción normal, por lo tanto no existe fuerza neta en el eje vertical. $\Sigma F_y = 0$

$N_1 = \text{peso}_1$; $N_2 = \text{peso}_2$.

En sentido horizontal a medida que presionamos se van generando Froz. y fuerzas entre los bloques $F_{1/2} = - F_{2/1}$

(La fuerza que ejerce el primer bloque sobre el segundo es igual y opuesta a la fuerza que el segundo ejerce sobre el primero).

$F_{r1} \leq \text{coef.roz1} \cdot N$ (pero, ojo, mientras no se alcanza el máximo, la F_r es variable).

A medida que presionamos se genera la fuerza de rozamiento en el bloque uno que va neutralizando la fuerza exterior que presiona. Al sobrepasar la fuerza de empuje el valor de la F_{r1} máx se comienza a ejercer una presión sobre el segundo bloque y esta fuerza neta sobre el segundo bloque es neutralizada por la F_{r2} , con lo que el sistema no se mueve hasta que se sobrepase la F_{r2} máx.

Durante este tiempo: $F_{1/2} = F - F_{r1}$

En el momento en que se mueven los dos bloques unidos con la misma aceleración la fuerza que ambos bloques ejercen entre si, son iguales pero ahora $F_{1/2} = F - F_{r1} - m_1 \cdot a$

El enfoque global del sistema con los dos bloques moviéndose será:

$\Sigma F = (m_1 + m_2) \cdot a$

La fuerza neta suma de todas las fuerzas externas comunicará a la masa total una aceleración.

3.- Plan de resolución y preguntas oportunas

¿Puede ser que ejerciendo fuerza sobre el primer bloque ésta no se transmita al segundo?

¿Se distinguen las fuerzas externas al sistema de las internas?

¿Se neutralizan entre sí las fuerzas internas verticales y horizontales?

Observa que mientras no se mueven ($a=0$), $F_{1/2} = F_{\text{externa}} - Fr_1$, pero luego al moverse ya no es así. ¿Por qué?

¿Se moverán los dos bloques con la misma aceleración?

Escribe la ecuación $F = m \cdot a$ para los dos bloques y calcula la aceleración.

4.- Simulación interactiva

Recrea en [esta escena](#) las condiciones del problema.

Utiliza la escena para ver los valores de $F_{1/2}$, Fr_1 y Fr_2 variando el valor de la presión.

Autoevaluación

Si has leído y practicado con todos los apartados es el momento de hacer esta autoevaluación.

La única finalidad de la evaluación es reconducir y reforzar tu aprendizaje.

Contesta las preguntas y si ves que no las sabes busca la respuesta en el tema.

Ordena cada palabra colocándola frente a la de significado equivalente.

Arrastra la palabra o expresión situada en la columna de la derecha hasta colocarla frente la palabra de significado correspondiente de la izquierda.

Rozamiento	interacción Tierra
Normal	Reacción del plano
Coef. Rozamiento	$\text{coef.rozam} \cdot N$
Peso	características del contacto
Fr máx	Fricción

Fuerza de rozamiento

Frase con huecos

Coloca la palabra que consideres apropiada en cada hueco. Cuando acabes de rellenar los huecos, pulsa en "Comprobar"

contacto genera movimiento resistencia rozamiento

La fuerza de es la que se opone al o, aún antes de iniciarse éste, a la fuerza que trata de inducirlo y se entre dos superficies en .

El coeficiente de rozamiento

Arrastra las palabras hasta la línea superior en el orden que crees deben de ocupar en la frase.

rozamiento de rugosidad . grado de
el coeficiente El mediante un número representa

Fuerza de rozamiento

1. La fuerza de rozamiento interviene en que....
(Nota.- En esta cuestión puede ser correcta más de una respuesta).

- A. un clavo no se desprenda de la pared.
- B. el hombre primitivo encendiera fuego.
- C. al caminar nos impulsamos al rozar la suela del zapato contra el suelo.

2. ¿De qué depende la fuerza de rozamiento que actúa sobre un bloque que se desliza?

- A. Del tipo de materiales en contacto y del peso del cuerpo apoyado.
- B. Del tipo de materiales apoyados, de su grado de rugosidad, del peso del bloque apoyado y de la cara apoyada (a mayor superficie de la cara mayor rozamiento)
- C. Del tipo de materiales apoyados, de su grado de rugosidad y del peso.

3. La fuerza de rozamiento que actúa sobre un bloque que se arrastra por un plano tiene una dirección...

- A. que depende de la inclinación de la fuerza con que se tira.
- B. es perpendicular al desplazamiento.
- C. es paralela al plano.

4. Conoces el refrán: "No hay peor / mejor cuña que la de la misma madera". ¿Debe decirse peor o mejor?

- A. Peor.
- B. Mejor.
- C. No existe el refrán.

5. El rozamiento reduce el rendimiento en las máquinas y se puede reducir...

- A. bajando las velocidades de funcionamiento para reducir la fricción.
- B. engrasando las superficies de las piezas que rozan.
- C. refrigerando y mojando para disminuir el calor que se origina.

6. La fuerza de rozamiento depende de la velocidad con que se mueve el cuerpo que se desliza.

- A. Falso.
- B. Verdadero.
- C. Depende de la velocidad.

7. El coeficiente de rozamiento representa asignar un número al comportamiento en el arrastre de ...

- A. la superficie superior.
- B. la superficie inferior.
- C. las dos superficies y su grado de rugosidad.

8. El coeficiente de rozamiento dinámico varía al aumentar la velocidad del cuerpo arrastrado.

- A. Verdadero.
- B. Falso.
- C. Depende de la lubricación.

9. La normal, que es la fuerza de reacción contra el cuerpo de la superficie en la que se apoya, es ...

- A. igual al peso.
- B. igual al peso aumentado o disminuido por la componente vertical de la fuerza de tracción.
- C. igual al peso menos la fuerza de tracción.

10. La fuerza peso se considera aplicada en el centro del cuerpo y tiene una dirección ...

- A. que depende del ángulo del plano
- B. perpendicular al suelo.
- C. perpendicular al plano inclinado.

11. La fuerza normal tiene una dirección...

- A. perpendicular al suelo.
- B. que depende del ángulo plano y paralela a él.
- C. que depende del ángulo plano y perpendicular a él.

12. Un paralelepípedo apoyado se arrastra más fácilmente si ...

- A. lo apoyamos por su cara menor.
- B. lo apoyamos por su cara mayor.
- C. no influye la cara en que lo apoyemos.

13. Un bloque de peso 200 N está apoyado en una superficie horizontal con la que tiene un coeficiente de rozamiento de 0,5. Si tiramos de él con una fuerza de 50 N, la fuerza de rozamiento será...

- A. 100 N
- B. 10 N
- C. 50 N

14. Un bloque apoyado en un plano inclinado comienza a deslizarse cuando....

- A. la fuerza de rozamiento es máxima.
- B. la normal es máxima.
- C. la tangente del ángulo que forman el plano y el suelo es igual al coeficiente de rozamiento.

15. La fuerza de rozamiento puede ...

- A. ser mayor que el producto del coeficiente de rozamiento por la normal.
- B. ser menor que el producto del coeficiente de rozamiento por la normal.
- C. y debe ser igual siempre al producto del coeficiente de rozamiento por la normal.

16. Las unidades del coeficiente de rozamiento son

- A. N / kg
- B. Kg / N
- C. No tiene unidades.

17. La normal puede....
(Nota.- en esta cuestión varias contestaciones pueden ser correctas)

- A. ser igual a cero.
- B. tener valores negativos.
- C. ser mayor que la fuerza peso.

18. ¿Existe un ángulo de arrastre óptimo para tirar de una caja apoyada en el suelo?

- A. Si, 45°
- B. Depende del coeficiente de rozamiento.
- C. Si, cuanto menor sea el ángulo y la fuerza sea casi paralela al suelo.

19. ¿De qué tipo es el movimiento de un cuerpo apoyado en un plano en el momento en que, al ir levantando el plano lentamente, empieza a deslizarse y justo en ese momento dejamos de elevar el plano?

- A. M.U. y rectilíneo
- B. M.U.A y rectilíneo
- C. retardado hasta pararse.

20. El coeficiente de rozamiento se puede medir empleando un montaje llamado...

- A. escalímetro.
- B. taquímetro.
- C. tribómetro.

21. En los cuerpos que se deslizan la fuerza de rozamiento no depende de la cantidad de superficie de apoyo.

- A. Correcto.
- B. ¡Falso! A mayor superficie mayor agarre.
- C. Depende de la superficies

22. Es sabido que en el agarre de los neumáticos de los automóviles influyen su superficie y su diseño.

- A. Falso.
- B. Verdadero.
- C. Si influye el diseño, pero no la superficie.