



- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
 - Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**
 - Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
 - Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Considera la función continua f definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < -1 \\ ax + b & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ \frac{x^2}{x+1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- Calcula a y b . **(1 punto)**
- Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f . **(1,5 puntos)**

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

De entre todos los rectángulos con lados paralelos a los ejes de coordenadas, determina las dimensiones de aquel de área máxima que puede inscribirse en la región limitada por las gráficas de las funciones $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definidas por $f(x) = 4 - \frac{x^2}{3}$ y $g(x) = \frac{x^2}{6} - 2$.

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Sea f la función definida por $f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & \text{si } x < 0 \\ (x - 2)^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con el eje de abscisas y esboza la gráfica de la función. **(1 punto)**
- Halla el área del recinto limitado por la gráfica de f y por el eje de abscisas. **(1,5 puntos)**

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Considera la función f definida por $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 2x + 1}$ para $x \neq 1$. Halla una primitiva de f que pase por el punto $(2, 6)$.



BLOQUE B

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera el sistema:

$$\begin{cases} x - y + mz = -3 \\ -mx + 3y - z = 1 \\ x - 4y + mz = -6 \end{cases}$$

- Discute el sistema según los valores de m . **(1,75 puntos)**
- Para $m = 2$ resuelve el sistema, si es posible. **(0,75 puntos)**

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} m & \sqrt{m} & \sqrt{m} \\ \sqrt{m} & m & 1 \\ \sqrt{m} & 1 & m \end{pmatrix}$, donde $m \geq 0$.

- ¿Para qué valores de m tiene inversa la matriz A ? **(1 punto)**
- Para $m = 4$ resuelve, si es posible, la ecuación matricial $AX = 12I$, donde I es la matriz identidad de orden 3. **(1,5 puntos)**

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Se consideran los vectores $\vec{u} = (-1, 2, 3)$ y $\vec{v} = (2, 0, -1)$, así como el punto $A(-4, 4, 7)$.

- Calcula a y b para que el vector $\vec{w} = (1, a, b)$ sea ortogonal a \vec{u} y \vec{v} . **(0,75 puntos)**
- Determina los cuatro vértices de un paralelogramo cuyos lados tienen las direcciones de los vectores \vec{u} y \vec{v} , y que tiene al vector \vec{OA} como una de sus diagonales, siendo O el origen de coordenadas. **(1,75 puntos)**

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera la recta $r \equiv x - 2 = \frac{y}{-1} = \frac{z - 1}{2}$, así como la recta s determinada por el punto $P(1, 2, 3)$ y el vector director $\vec{v} = (1 + a, -a, 3a)$.

- Calcula a para que las rectas r y s se corten. **(1,5 puntos)**
- Calcula a para que las rectas r y s sean perpendiculares. **(1 punto)**