

## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

6 de abril 2019

Jerez de la  
Frontera

# ***CÁLCULO SIMBÓLICO Y GRÁFICO***

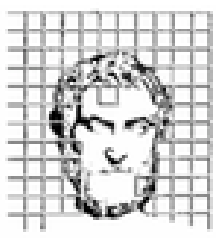
José M<sup>a</sup> Chacón - IES Llanes, Sevilla



[jmchacon@cica.es](mailto:jmchacon@cica.es)



[@chacon\\_sevilla](https://twitter.com/chacon_sevilla)

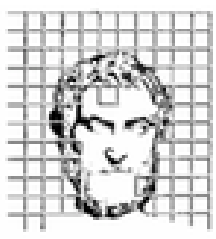


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

## CONTENIDOS

- Polinomios.
- Factorización.
- Fracciones algebraicas.

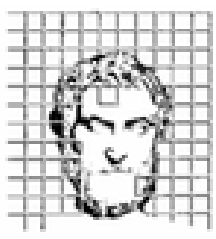


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

## CONTENIDOS

- Números primos.

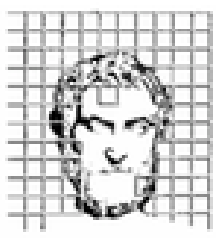


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

## CONTENIDOS

- Ecuaciones
  - Resolución de diferentes tipos de ecuaciones.
  - Resolución de sistemas de ecuaciones.
  - Discusión de sistemas.

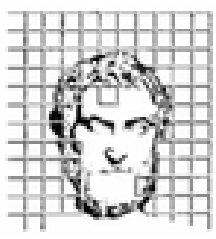


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

### CONTENIDOS

- Álgebra
- Cálculo matricial.

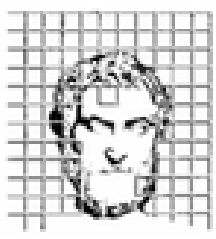


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

## CONTENIDOS

- Análisis de funciones
  - Límites.
  - Derivadas.
  - Polinomios de Taylor

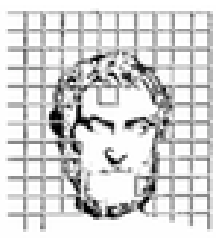


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

## CONTENIDOS

- Integrales
- Cálculo de primitivas.
- Integral definida.



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

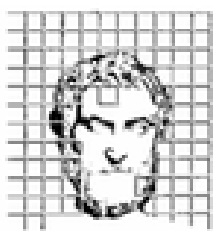
GeoGebra  
en el aula

## CONTENIDOS

- Estadística

- Secuencias de números aleatorios.
- Simulaciones (tiradas de dados y monedas).

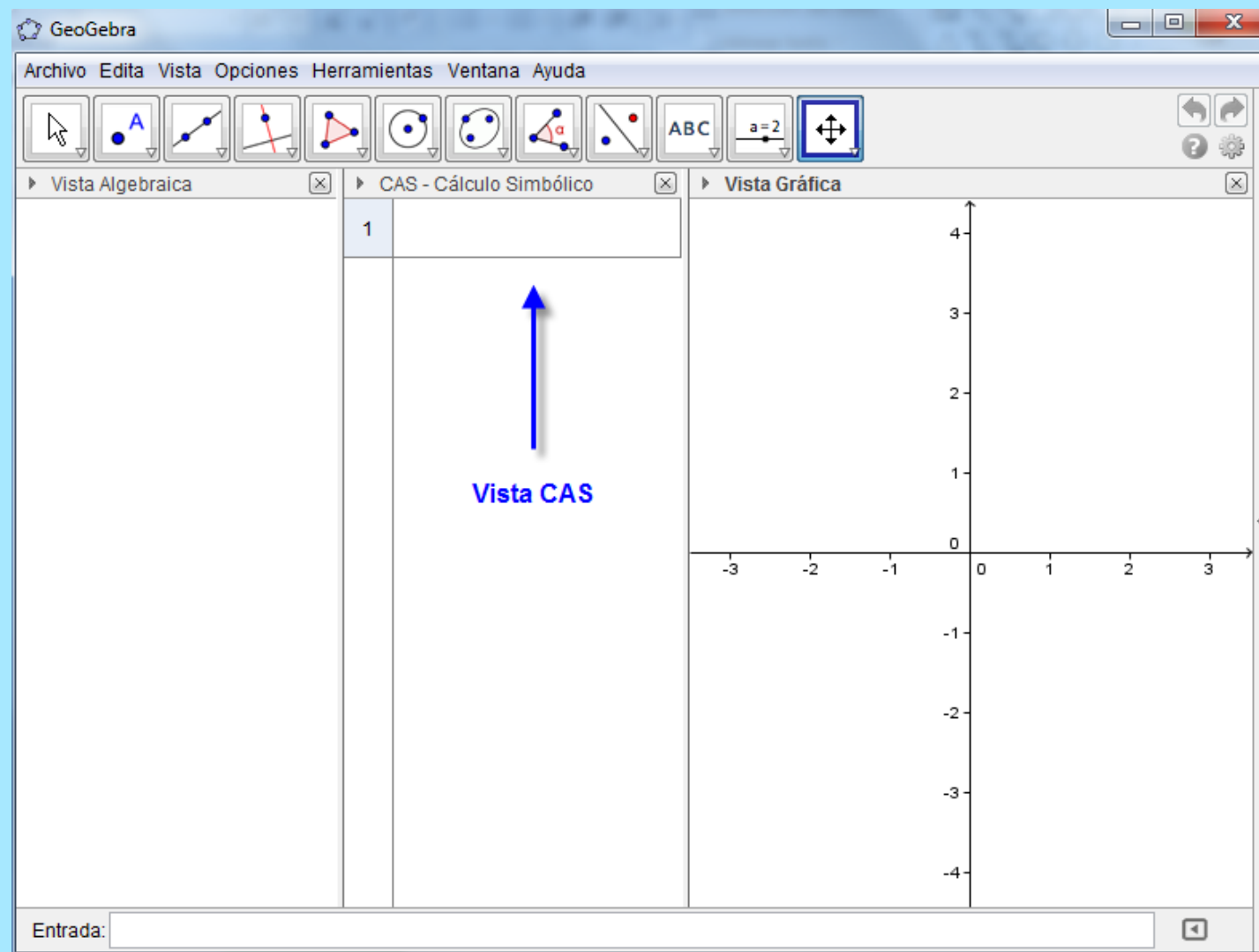


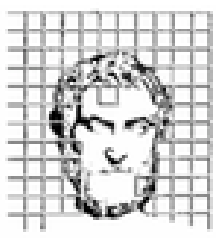


# VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

VISTA CAS





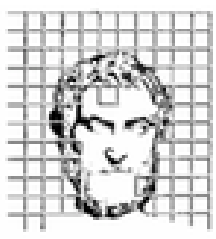
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

VISTA CAS

En cada fila se ejecuta una expresión que se denomina expresión de ***entrada*** para obtener una expresión como resultado que se denomina de ***salida***.

CAS - Cálculo Simbólico	
1	$\alpha$



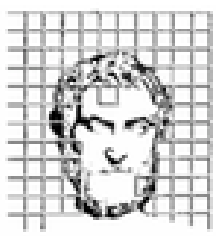
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

VISTA CAS

Una vez introducida una expresión en una línea,  
al pulsar Enter o Intro aparecerá el resultado como  
expresión de salida y una nueva fila para una nueva  
entrada

CAS - Cálculo Simbólico	
1	32-1/5
○	→ $\frac{159}{5}$
2	



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

### GeoGebra en el aula

Breve descripción  
de herramientas  
de la

VISTA CAS



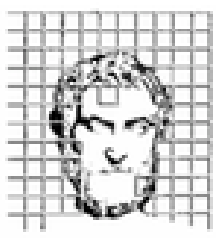
Evalúa  
Enter



Valor numérico  
Ctrl-Enter



Conserva entrada  
Alt-Enter



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Otras teclas  
útiles

VISTA CAS

=

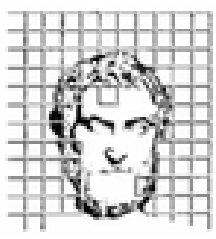
)

Barra espaciadora

Repite la entrada previa.

Repite la entrada previa  
encerrada entre paréntesis.

Repite la salida previa.



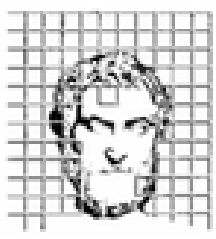
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Otras teclas  
útiles

VISTA CAS

También, desde una fila en blanco, al hacer clic sobre una expresión de salida, la copiará en dicha fila.



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Dinamismo  
en la  
VISTA CAS

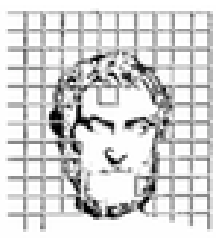
### Referencias entre filas

*Estáticas:*

#	salida previa
#n	salida fila n
##	entrada previa
##n	entrada fila n

*Dinámicas:*

\$	salida previa
\$n	salida fila n
\$\$	entrada previa
\$\$n	entrada fila n



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Dinamismo  
en la  
VISTA CAS

Estática # →

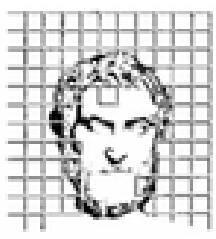
Dinámica \$ →

1	$2x+3x$
<input type="radio"/>	→ $5x$
2	$5x$
<input type="radio"/>	→ $5x$
3	\$1
<input type="radio"/>	→ $5x$
4	<input type="text"/>

1	$2x \cdot 3x$
<input type="radio"/>	→ $6x^2$
2	$5x$
<input type="radio"/>	→ $5x$
3	\$1
<input type="radio"/>	→ $6x^2$

¿Cuál es la diferencia entre ambas referencias?



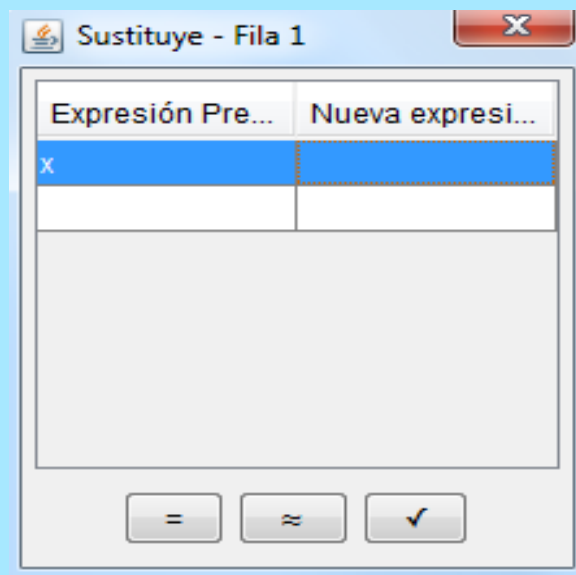


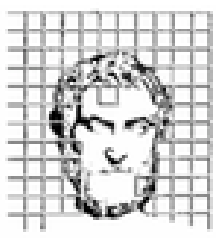
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Valor numérico  
de una  
expresión  
algebraica

Para hallar el valor numérico de una  
expresión algebraica se utiliza la  
herramienta ***Sustituye***





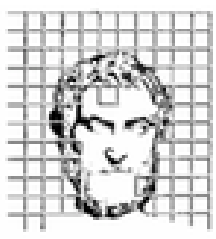
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Valor numérico  
de una  
expresión  
algebraica

El valor asignado a una variable en la sustitución puede ser un valor numérico o una nueva expresión algebraica.

Cálculo Simbólico (CAS)	
1	$3x^2 - 2x - 1/2$ Sustituye, $x=a-2$ : $3a^2 - 14a + \frac{31}{2}$
2	<span>α</span>



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Valor numérico  
de una  
expresión  
algebraica

siguientes expresiones:

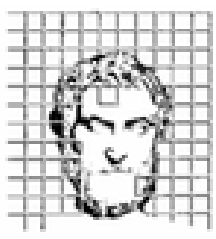
a)  $A(x) = 2x^2 - 5x - 3$  para  $x=-3$

b)  $B(x) = \frac{2xy - y^2}{x^2 + 2y}$  para  $x=-3, y=3$

### Actividad 2

Calcular el valor numérico de la  
expresión

$$\sqrt{\frac{5x}{y}} + x - y + z \quad \text{para } x=1, y=-2, z=3$$



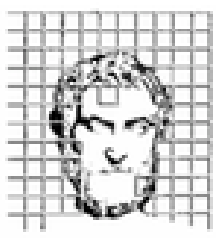
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA GeoGebra en el aula

### Polinomios. Operaciones.

Hallar los coeficientes del polinomio

$P(x) = x^4 - 2x^3 + \frac{1}{2}x - 3$  . Indicar  
cuál es el coeficiente principal, el  
término independiente y su grado.

Se usa el Comando **Coeficientes(<Polinomio>)**.  
Devuelve una lista con los coeficientes  
ordenados de mayor a menor grado.

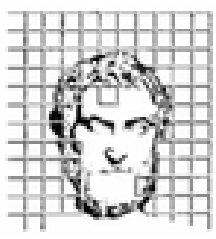


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Operaciones.

1	Coeficientes $\left(x^4 - 2x^3 + \frac{1}{2}x - 3\right)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow \left\{1, -2, 0, \frac{1}{2}, -3\right\}$
2	Primero (\$1)
<input checked="" type="radio"/>	$\rightarrow \{1\}$
3	Último (\$1)
<input type="radio"/>	$\rightarrow \{-3\}$
4	Grado $\left(x^4 - 2x^3 + \frac{1}{2}x - 3\right)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow 4$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

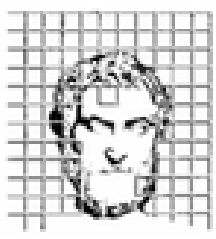
GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Operaciones.

### Actividad 3

Escribe un polinomio de tercer grado de una variable con coeficiente principal la unidad, sin término de primer grado y con término independiente  $-\frac{1}{3}$ .

Comprueba después con GeoGebra que se cumplen esas condiciones.



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Operaciones.

Dados los polinomios  $P(x) = -5x^2 + 3x + 2$   
y  $Q(x) = 3x^3 - x^2 - 2$ , calcular:

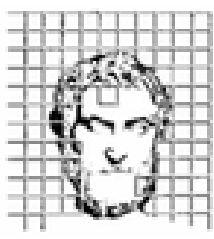
a)  $P(x) + Q(x)$

b)  $P(x) - Q(x)$

c)  $2P(x)$

d)  $\frac{2}{3}P(x) - 3Q(x)$

e)  $P(x) \cdot Q(x)$



# VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

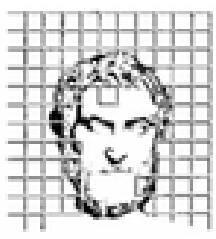
## GeoGebra en el aula

## Polinomios. Operaciones.

1	$P(x) := -5x^2 + 3x + 2$
<input type="radio"/>	$\rightarrow P(x) := -5x^2 + 3x + 2$
2	$Q(x) := 3x^3 - x^2 - 2$
<input type="radio"/>	$\rightarrow Q(x) := 3x^3 - x^2 - 2$
3	$P + Q$
<input type="radio"/>	$\rightarrow 3x^3 - 6x^2 + 3x$
4	$P - Q$
<input type="radio"/>	$\rightarrow -3x^3 - 4x^2 + 3x + 4$

5	$2P$
<input type="radio"/>	$\rightarrow -10x^2 + 6x + 4$
6	$\frac{2}{3}P - 3Q$
<input type="radio"/>	$\rightarrow -9x^3 - \frac{1}{3}x^2 + 2x + \frac{22}{3}$
7	$PQ$
<input type="radio"/>	$\rightarrow (-5x^2 + 3x + 2)(3x^3 - x^2 - 2)$





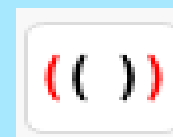
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Operaciones.

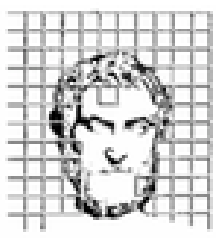
Se observa que en la salida 7 se ha quedado el producto indicado.

Para hallar los productos desarrollados y reducidos los términos semejantes se utiliza la herramienta **Desarrolla**



8 \$7

○ Desarrolla:  $-15x^5 + 14x^4 + 3x^3 + 8x^2 - 6x - 4$



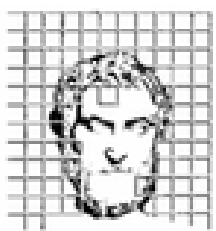
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Operaciones.

## Identidades notables en la vista CAS.

1	$(a + b)^2$ Desarrolla: $a^2 + 2 a b + b^2$
2	$(a - b)^2$ Desarrolla: $a^2 - 2 a b + b^2$
3	$(a - b) (a + b)$ Desarrolla: $a^2 - b^2$



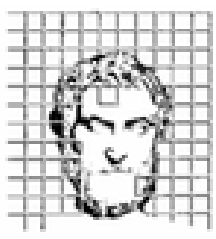
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Operaciones.

## Identidades notables en la vista CAS.

4 <input type="radio"/>	$(3x + 4x^2)^2$ Desarrolla: $16x^4 + 24x^3 + 9x^2$
5 <input type="radio"/>	$\left(\frac{1}{2}x - x^2\right)^2$ Desarrolla: $x^4 - x^3 + \frac{1}{4}x^2$
6 <input type="radio"/>	$\left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}x^2\right)\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{4}x^2\right)$ Desarrolla: $-\frac{1}{16}x^4 + \frac{4}{9}x^2$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Operaciones.

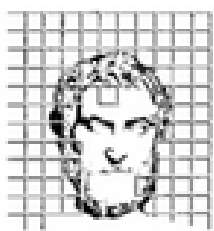
Divide el polinomio  $P(x) = 2x^4 - 3x^3 - 15x^2$

entre  $Q(x) = 2x^2 + 3x - 4$

Se utiliza el comando

**División(<Polinomio dividendo>, <Polinomio divisor> )**

También se pueden obtener el cociente y el resto por separado usando respectivamente los comandos **Cociente** y **Resto**.

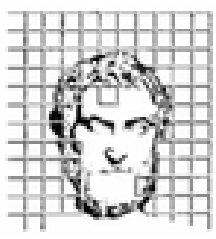


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Operaciones.

► Cálculo Simbólico (CAS)	
1 <input type="radio"/>	División( $2x^4-3x^3-15x^2, 2x^2+3x-4$ ) $\rightarrow \{x^2 - 3x - 1, -9x - 4\}$
2 <input checked="" type="radio"/>	Cociente( $2x^4-3x^3-15x^2, 2x^2+3x-4$ ) $\rightarrow x^2 - 3x - 1$
3 <input type="radio"/>	Resto( $2x^4-3x^3-15x^2, 2x^2+3x-4$ ) $\rightarrow -9x - 4$



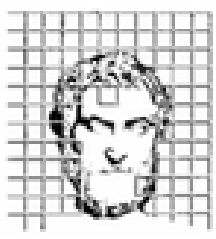
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Operaciones.

# Los últimos polinomios se pueden asignar a nuevos polinomios

Cálculo Simbólico (CAS)	
1	División( $2x^4-3x^3-15x^2, 2x^2+3x-4$ )
<input type="radio"/>	$\rightarrow \{x^2 - 3x - 1, -9x - 4\}$
2	$C(x) := \text{Cociente}( 2x^4-3x^3-15x^2, 2x^2+3x-4 )$
<input type="radio"/>	$\rightarrow C(x) := x^2 - 3x - 1$
3	$R(x) := \text{Resto}( 2x^4-3x^3-15x^2, 2x^2+3x-4 )$
<input checked="" type="radio"/>	$\rightarrow R(x) := -9x - 4$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

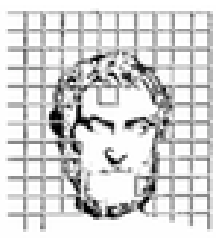
Polinomios.  
Operaciones.

Calcula el valor que debe tener  $m$   
para que el polinomio

$$9x^3 - 27x^2 + 26x + m$$

sea múltiplo del polinomio

$$3x^2 - 4x + 2$$



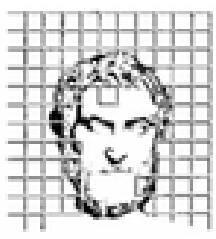
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Operaciones.

Cálculo Simbólico (CAS)	
1	<div> <div>División(<math>9x^3-27x^2+26x+m, 3x^2-4x+2</math>)</div> <div> <div></div> <div><math>+ \{3x - 5, m + 10\}</math></div> </div> </div>
2	<div> <div>Resuelve(Último(\$1), m)</div> <div> <div></div> <div><math>+ \{m = -10\}</math></div> </div> </div>





## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Operaciones.

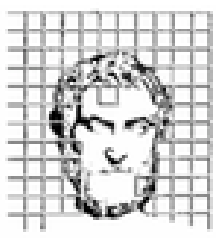
### ► Cálculo Simbólico (CAS)

1



Resuelve(Resto( $9x^3 - 27x^2 + 26x + m$ ,  $3x^2 - 4x + 2$ ),  $m$ )

→  $\{m = -10\}$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Operaciones.

### Actividad 4

a) ¿Para qué valor de  $m$  el polinomio

$$x^4 + 4x^3 - mx^2 - 16x + 20$$

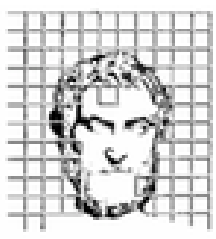
da como resto cero al dividirlo por

$$x + 5?$$

b) ¿Para qué valor de  $m$  el polinomio

$$2x^5 - 4x^4 + 6x^3 - 3x^2 + (m + 1)x - 46$$

es divisible por  $x - 2$ ?

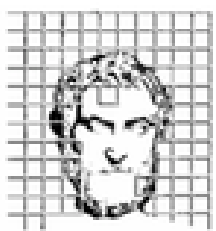


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Teorema del  
resto.

Comprobar el teorema  
del resto al dividir el  
polinomio  $2x^2 + 3x - 4$   
entre el binomio  $x - 4$ .



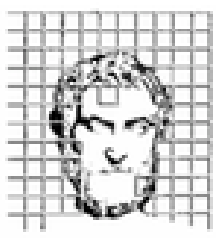
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Teorema del  
resto.

Cálculo Simbólico (CAS)	
1	$P(x) := (2x^2 + 3x - 4)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow P(x) := 2x^2 + 3x - 4$
2	$Q(x) := x - 4$
<input type="radio"/>	$\rightarrow Q(x) := x - 4$

3	Resto(P, Q)
<input type="radio"/>	$\rightarrow 40$
4	Sustituye(P, x, 4)
<input type="radio"/>	$\rightarrow 40$



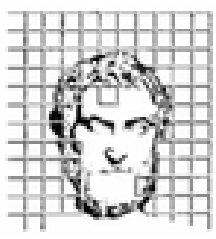
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Teorema del  
resto.

Calcular, usando el teorema del resto, el valor de  $m$  para que el polinomio  $P(x) = x^3 - x^2 + kx - 2$  sea divisible por  $x+2$ .

1	$P(x) := x^3 - x^2 + kx - 2$ $\rightarrow P(x) := x^3 - x^2 + kx - 2$
2	Resuelve( $P(-2)=0, k$ )
○	$\rightarrow \{k = -7\}$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

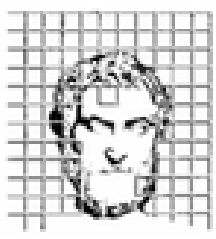
GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Teorema del  
resto.

### Actividad 5

Sin realizar la división, calcula el valor del resto.

$$(x^4 - 4x^2 + 8) : (x - \frac{1}{2})$$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

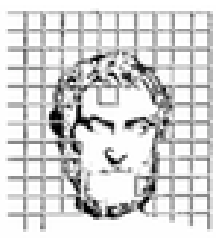
Polinomios.  
Teorema del  
resto.

### Actividad 6

Dado el polinomio

$$x^4 + kx^2 - 4x + 10,$$

calcular  $k$  para que sea  
divisible entre  $x - 3$ .



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

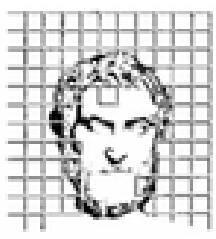
Polinomios.  
Teorema del  
resto.

Aplicar el teorema del resto para hallar  
las raíces enteras de

$$P(x) := x^3 + 2x^2 + x + 2$$

Comprobar los resultados hallando la  
descomposición en factores del polinomio.





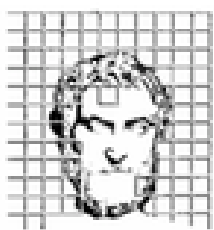
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Teorema del  
resto.

## Divisores. Lista de divisores.

1	Divisores( 72 )
<input type="radio"/>	→ 12
2	ListaDivisores(72)
<input type="radio"/>	→ {1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72}

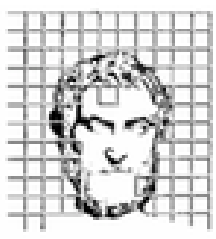


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Teorema del  
resto.

Cálculo Simbólico (CAS)	
1	$P(x) := x^3 + 2x^2 + x + 2$
<input type="radio"/>	$\rightarrow P(x) := x^3 + 2x^2 + x + 2$
2	$\text{ListaDivisores}(\text{Último}(\text{Coeficientes}(P)))$
<input type="radio"/>	$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$
3	$\text{Unión}(\$2, -\$2)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$



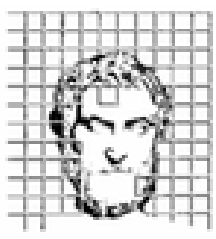
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Teorema del  
resto.

4	$P(1)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow 6$
5	$P(-1)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow 2$
6	$P(2)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow 20$
7	$P(-2)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow 0$

Se observa que la única raíz entera de  $P(x)$  es -2



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

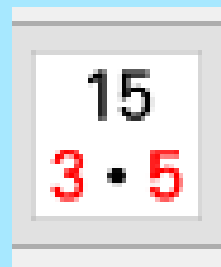
GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Teorema del  
resto.

# Factorizar

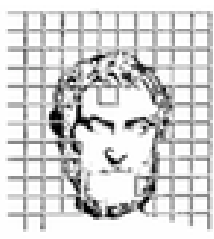
Se utiliza la herramienta

**Factoriza**



Factoriza(número)

Factoriza(expresión)



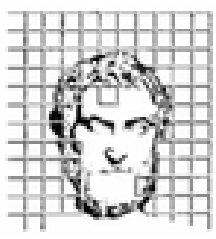
# VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Teorema del  
resto.

1	15!
<input type="radio"/>	→ <b>1307674368000</b>
2	Factoriza(1307674368000)
<input type="radio"/>	→ <b><math>2^{11} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13</math></b>
3	Factores(1307674368000)
<input type="radio"/>	→ $\begin{pmatrix} 2 & 11 \\ 3 & 6 \\ 5 & 3 \\ 7 & 2 \\ 11 & 1 \\ 13 & 1 \end{pmatrix}$
4	FactoresPrimos( 1307674368000 )
<input type="radio"/>	→ <b>{2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 7, 7, 11, 13}</b>

5	Factoriza( $x^3+3x^2+3x+1$ )
<input type="radio"/>	→ <b><math>(x + 1)^3</math></b>

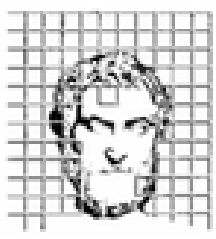


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Polinomios.  
Teorema del  
resto.

1	<b>Factoriza(<math>x^3+2x^2+x+2</math>)</b>
<input type="radio"/>	<b><math>\rightarrow (x + 2) (x^2 + 1)</math></b>



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Fracciones  
algebraicas.

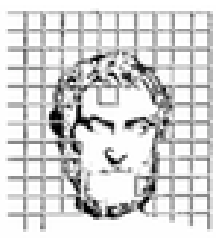
Dada la fracción algebraica

$$A(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 - x}$$

extraer por separado los polinomios  
del numerador y del denominador.

Se usan los comandos

**Numerador(<Expresión>)** y **Denominador( <Expresión> )**.



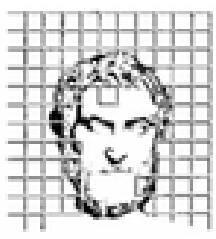
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Fracciones  
algebraicas.

1	$A(x) := \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 - x}$	
<input checked="" type="radio"/>	$\checkmark \quad A(x) := \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 - x}$	
2	$P(x) := \text{Numerador}(A)$	
<input checked="" type="radio"/>	$\rightarrow P(x) := x^3 + 2x^2 + x$	
3	$Q(x) := \text{Denominador}(A)$	
<input checked="" type="radio"/>	$\rightarrow Q(x) := x^3 - x$	





## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

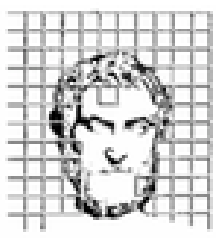
Fracciones  
algebraicas.

Comprobar que la fracción

$$A(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 - x}$$

es equivalente a  $\frac{x+1}{x-1}$

1	$A(x) := \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 - x}$
<input checked="" type="radio"/>	✓ $A(x) := \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 - x}$
2	$P(x) := \text{Numerador}(A)$
<input type="radio"/>	→ $P(x) := x^3 + 2x^2 + x$
3	$Q(x) := \text{Denominador}(A)$
<input type="radio"/>	→ $Q(x) := x^3 - x$
4	$P(x - 1)$
<input type="radio"/>	→ $x^4 + x^3 - x^2 - x$
5	$Q(x + 1)$
<input type="radio"/>	→ $x^4 + x^3 - x^2 - x$
6	$S4 \stackrel{?}{=} S5$
	→ true



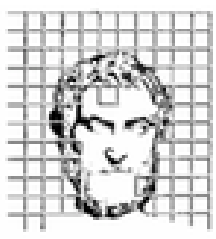
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Fracciones  
algebraicas.

# Máximo común múltiplo y mínimo común divisor

21	MCM[24,40]
<input type="radio"/>	→ 120
22	MCD[24,40]
<input type="radio"/>	→ 8
23	MCM[ $x^2-7x+10$ , $x^2-3x-10$ ]
<input type="radio"/>	→ $x^3 - 5x^2 - 4x + 20$
24	MCD[ $x^2-7x+10$ , $x^2-3x-10$ ]
<input type="radio"/>	→ $x - 5$



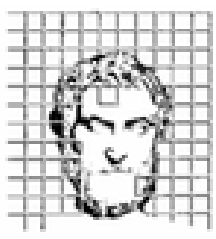
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Fracciones  
algebraicas.

Hallar el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los polinomios  $P(x)$  y  $Q(x)$  extraídos en el ejemplo anterior

1	$A(x) := \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 - x}$
<input checked="" type="radio"/>	✓ $A(x) := \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 - x}$
2	$P(x) := \text{Numerador}(A)$
<input checked="" type="radio"/>	→ $P(x) := x^3 + 2x^2 + x$
3	$Q(x) := \text{Denominador}(A)$
<input checked="" type="radio"/>	→ $Q(x) := x^3 - x$
4	$\text{MCD}(P, Q)$
<input checked="" type="radio"/>	→ $x^2 + x$
5	$\text{MCM}(P, Q)$
<input checked="" type="radio"/>	→ $(x + 1)(x^3 - x)$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

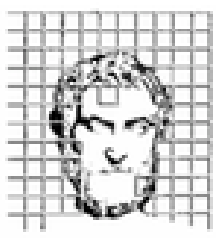
GeoGebra  
en el aula

Fracciones  
algebraicas.

Simplificar la fracción algebraica

$$A(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - x - 6}.$$

Factorizar el numerador y el denominador de la fracción y volver a efectuar la división para comprobar que se obtiene el mismo resultado.

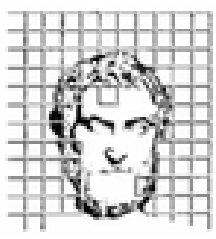


# VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Fracciones  
algebraicas.

1	$A(x) := \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - x - 6}$	3	Numerador (A(x))
<input type="radio"/>	✓ $A(x) := \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - x - 6}$	<input type="radio"/>	→ $x^2 + 4x + 4$
2	Factoriza (A)	4	Denominador (A)
<input type="radio"/>	→ $\frac{x+2}{x-3}$	<input type="radio"/>	→ $x^2 - x - 6$
		5	Factoriza (\$3)
		<input type="radio"/>	→ $(x+2)^2$
		6	Factoriza (\$4)
		<input type="radio"/>	→ $(x-3)(x+2)$
		7	$\frac{\$5}{\$6}$
		<input type="radio"/>	$\frac{x+2}{x-3}$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

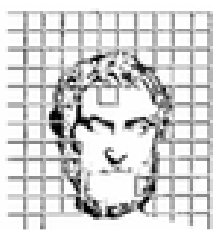
Fracciones  
algebraicas.

Reducir a común denominador las fracciones algebraicas.

$$A(x) = \frac{3x}{x^2 - x - 6} \quad B(x) = \frac{x-1}{x^2 + 4x + 4}$$

Se calcula el mínimo común múltiplo de los denominadores mediante el comando

**ComúnDenominador( <Expresión>, <Expresión> )**

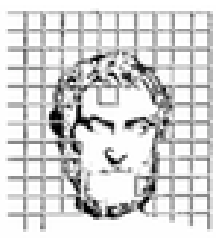


# VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Fracciones  
algebraicas.

Cálculo Simbólico (CAS)	
1	$A(x) := (3x)/(x^2 - x - 6)$ <input checked="" type="radio"/> $A(x) := \frac{3x}{x^2 - x - 6}$
2	$B(x) := (x-1)/(x^2 + 4x + 4)$ <input checked="" type="radio"/> $B(x) := \frac{x-1}{x^2 + 4x + 4}$
3	ComúnDenominador(A, B) <input type="radio"/> $\rightarrow (x-3)(x^2 + 4x + 4)$
4	$3 / \text{Denominador}(A) \text{ Numerador}(A)$ <input type="radio"/> $\rightarrow 3x^2 + 6x$
5	$(3x^2 + 6x)/((x-3)(x^2 + 4x + 4))$ <input checked="" type="radio"/> $\frac{3x^2 + 6x}{(x-3)(x^2 + 4x + 4)}$
6	$3 / \text{Denominador}(B) \text{ Numerador}(B)$ <input type="radio"/> $\rightarrow x^2 - 4x + 3$
7	$(x^2 - 4x + 3)/((x-3)(x^2 + 4x + 4))$ <input checked="" type="radio"/> $\frac{x^2 - 4x + 3}{(x-3)(x^2 + 4x + 4)}$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

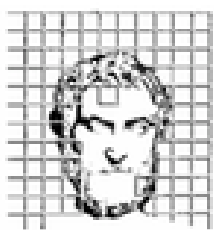
Fracciones  
algebraicas.

Operar y simplificar:

$$\text{a) } \frac{x^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{x+1} : \frac{x-1}{3} \right)$$

$$\text{b) } \frac{3}{3x^2+6x} + \frac{1}{x} - \frac{2-x}{6x+12}$$





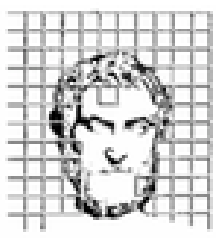
# VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Fracciones  
algebraicas.

Cálculo Simbólico (CAS)	
1	$\frac{3}{3x^2+6x} - \frac{1}{x} - \frac{2-x}{6x+12}$
2	$\rightarrow \frac{x^2 - 8x - 6}{6x^2 + 12x}$

Cálculo Simbólico (CAS)	
1	$\frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+1}{x-1}}$
2	$\rightarrow 3 \cdot \frac{x^2}{2x^2 - 2}$
3	<p>Factoriza:</p> $3 \cdot \frac{x^2}{2(x-1)(x+1)}$



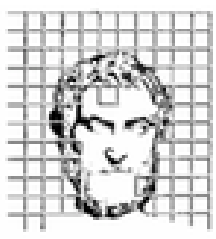
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Números  
primos.

- a) Comprueba si el número 2685 es primo.
- b) Si no lo es, encuentra dos números primos entre los que esté comprendido.

- EsPrimo
- PrimoPrevio
- PrimoSiguiente



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

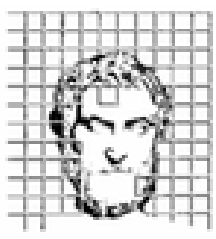
GeoGebra  
en el aula

Números  
primos.

- a) Comprueba si el número 2685 es primo.  
b) Si no lo es, encuentra dos números primos entre los que esté comprendido.

- EsPrimo
- PrimoPrevio
- PrimoSiguiente

4	a:=2685 <input type="radio"/> → a := 2685
5	EsPrimo(a) → false
6	PrimoAnterior(a) <input type="radio"/> → 2683
7	PrimoSiguiente(a) <input type="radio"/> → 2687
8	<b><math>2683 \leq a \leq 2687</math></b>



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

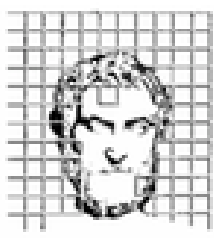
GeoGebra  
en el aula

Números  
primos.

Halla todos los números primos menores  
que 100, 1000, 10000, ...

# VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA GeoGebra

1	Secuencia(PrimoAnterior(n), n, 3, 100)
<input type="radio"/>	→ {2, 3, 3, 5, 5, 7, 7, 7, 7, 11, 11, 13, 13, 13, 13, 17, 17, 19, 19, 19, 19, 23, 23, 23, 23, 23, 23, 29, 29, 31, 31, 31, 31, 37, 37, 41, 41, 43, 43, 47, 47, 53, 53, 59, 59, 61, 61, 67, 67, 71, 71, 73, 73, 79, 79, 83, 83, 89, 89, 97, 97, 101, 101, 103, 103, 107, 107, 109, 109, 113, 113, 115, 115, 117, 117, 119, 119, 121, 121, 123, 123, 127, 127, 129, 129, 131, 131, 133, 133, 137, 137, 139, 139, 141, 141, 143, 143, 147, 147, 149, 149, 151, 151, 153, 153, 157, 157, 159, 159, 161, 161, 163, 163, 167, 167, 169, 169, 171, 171, 173, 173, 177, 177, 179, 179, 181, 181, 183, 183, 187, 187, 189, 189, 191, 191, 193, 193, 197, 197, 199, 199, 201, 201, 203, 203, 207, 207, 209, 209, 211, 211, 213, 213, 217, 217, 219, 219, 221, 221, 223, 223, 227, 227, 229, 229, 231, 231, 233, 233, 237, 237, 239, 239, 241, 241, 243, 243, 247, 247, 249, 249, 251, 251, 253, 253, 257, 257, 259, 259, 261, 261, 263, 263, 267, 267, 269, 269, 271, 271, 273, 273, 277, 277, 279, 279, 281, 281, 283, 283, 287, 287, 289, 289, 291, 291, 293, 293, 297, 297, 299, 299, 301, 301, 303, 303, 307, 307, 309, 309, 311, 311, 313, 313, 317, 317, 319, 319, 321, 321, 323, 323, 327, 327, 329, 329, 331, 331, 333, 333, 337, 337, 339, 339, 341, 341, 343, 343, 347, 347, 349, 349, 351, 351, 353, 353, 357, 357, 359, 359, 361, 361, 363, 363, 367, 367, 369, 369, 371, 371, 373, 373, 377, 377, 379, 379, 381, 381, 383, 383, 387, 387, 389, 389, 391, 391, 393, 393, 397, 397, 399, 399, 401, 401, 403, 403, 407, 407, 409, 409, 411, 411, 413, 413, 417, 417, 419, 419, 421, 421, 423, 423, 427, 427, 429, 429, 431, 431, 433, 433, 437, 437, 439, 439, 441, 441, 443, 443, 447, 447, 449, 449, 451, 451, 453, 453, 457, 457, 459, 459, 461, 461, 463, 463, 467, 467, 469, 469, 471, 471, 473, 473, 477, 477, 479, 479, 481, 481, 483, 483, 487, 487, 489, 489, 491, 491, 493, 493, 497, 497, 499, 499, 501, 501, 503, 503, 507, 507, 509, 509, 511, 511, 513, 513, 517, 517, 519, 519, 521, 521, 523, 523, 527, 527, 529, 529, 531, 531, 533, 533, 537, 537, 539, 539, 541, 541, 543, 543, 547, 547, 549, 549, 551, 551, 553, 553, 557, 557, 559, 559, 561, 561, 563, 563, 567, 567, 569, 569, 571, 571, 573, 573, 577, 577, 579, 579, 581, 581, 583, 583, 587, 587, 589, 589, 591, 591, 593, 593, 597, 597, 599, 599, 601, 601, 603, 603, 607, 607, 609, 609, 611, 611, 613, 613, 617, 617, 619, 619, 621, 621, 623, 623, 627, 627, 629, 629, 631, 631, 633, 633, 637, 637, 639, 639, 641, 641, 643, 643, 647, 647, 649, 649, 651, 651, 653, 653, 657, 657, 659, 659, 661, 661, 663, 663, 667, 667, 669, 669, 671, 671, 673, 673, 677, 677, 679, 679, 681, 681, 683, 683, 687, 687, 689, 689, 691, 691, 693, 693, 697, 697, 699, 699, 701, 701, 703, 703, 707, 707, 709, 709, 711, 711, 713, 713, 717, 717, 719, 719, 721, 721, 723, 723, 727, 727, 729, 729, 731, 731, 733, 733, 737, 737, 739, 739, 741, 741, 743, 743, 747, 747, 749, 749, 751, 751, 753, 753, 757, 757, 759, 759, 761, 761, 763, 763, 767, 767, 769, 769, 771, 771, 773, 773, 777, 777, 779, 779, 781, 781, 783, 783, 787, 787, 789, 789, 791, 791, 793, 793, 797, 797, 799, 799, 801, 801, 803, 803, 807, 807, 809, 809, 811, 811, 813, 813, 817, 817, 819, 819, 821, 821, 823, 823, 827, 827, 829, 829, 831, 831, 833, 833, 837, 837, 839, 839, 841, 841, 843, 843, 847, 847, 849, 849, 851, 851, 853, 853, 857, 857, 859, 859, 861, 861, 863, 863, 867, 867, 869, 869, 871, 871, 873, 873, 877, 877, 879, 879, 881, 881, 883, 883, 887, 887, 889, 889, 891, 891, 893, 893, 897, 897, 899, 899, 901, 901, 903, 903, 907, 907, 909, 909, 911, 911, 913, 913, 917, 917, 919, 919, 921, 921, 923, 923, 927, 927, 929, 929, 931, 931, 933, 933, 937, 937, 939, 939, 941, 941, 943, 943, 947, 947, 949, 949, 951, 951, 953, 953, 957, 957, 959, 959, 961, 961, 963, 963, 967, 967, 969, 969, 971, 971, 973, 973, 977, 977, 979, 979, 981, 981, 983, 983, 987, 987, 989, 989, 991, 991, 993, 993, 997, 997, 999, 999, 1001, 1001, 1003, 1003, 1007, 1007, 1009, 1009, 1011, 1011, 1013, 1013, 1017, 1017, 1019, 1019, 1021, 1021, 1023, 1023, 1027, 1027, 1029, 1029, 1031, 1031, 1033, 1033, 1037, 1037, 1039, 1039, 1041, 10

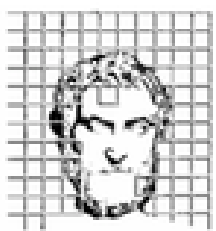


# VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Números  
primos.

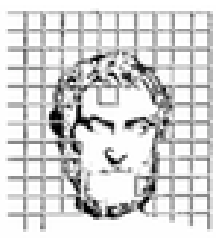
{2, 3, 3, 5, 5, 7, 7, 7, 7, 11, 11, 13, 13, 13, 13, 17, 17, 19, 19, 19, 19, 23,  
23, 23, 23, 23, 29, 29, 31, 31, 31, 31, 31, 31, 37, 37, 37, 37, 41, 41, 43,  
43, 43, 43, 47, 47, 47, 47, 47, 47, 53, 53, 53, 53, 53, 53, 59, 59, 61, 61, 61,  
61, 61, 61, 67, 67, 67, 67, 71, 71, 73, 73, 73, 73, 73, 73, 79, 79, 79, 79, 83,  
83, 83, 83, 83, 83, 89, 89, 89, 89, 89, 89, 89, 89, 97, 97, 97, 97, 101, 101,  
103, 103, 103, 103, 107, 107, 109, 109, 109, 109, 113, 113, 113, 113, 113, 113,  
113, 113, 113, 113, 113, 113, 113, 113, 127, 127, 127, 127, 131, 131, 131, 131,  
131, 131, 137, 137, 139, 139, 139, 139, 139, 139, 139, 139, 139, 139, 149, 149,  
151, 151, 151, 151, 151, 151, 157, 157, 157, 157, 157, 157, 163, 163, 163, 163,  
167, 167, 167, 167, 167, 167, 173, 173, 173, 173, 173, 173, 179, 179, 181, 181,  
181, 181, 181, 181, 181, 181, 181, 181, 191, 191, 193, 193, 193, 193, 197, 197,  
199, 199, 199, 199, 199, 199, 199, 199, 199, 199, 199, 199, 211, 211, 211, 211,  
211, 211, 211, 211, 211, 211, 211, 211, 223, 223, 223, 223, 227, 227, 229, 229,  
229, 229, 233, 233, 233, 233, 233, 233, 239, 239, 241, 241, 241, 241, 241, 241,  
241, 241, 241, 241, 251, 251, 251, 251, 251, 251, 257, 257, 257, 257, 257, 257,  
263, 263, 263, 263, 263, 263, 269, 269, 271, 271, 271, 271, 271, 271, 277, 277,  
277, 277, 281, 281, 283, 283, 283, 283, 283, 283, 283, 283, 283, 283, 293, 293,  
293, 293, 293, 293, 293, 293, 293, 293, 293, 293, 293, 293, 307, 307, 307, 307,  
311, 311, 313, 313, 313, 313, 317, 317, 317, 317, 317, 317, 317, 317, 317, 317,  
317, 317, 317, 317, 331, 331, 331, 331, 331, 331, 337, 337, 337, 337, 337, 337,  
337, 337, 337, 337, 347, 347, 349, 349, 349, 349, 353, 353, 353, 353, 353, 353,  
359, 359, 359, 359, 359, 359, 359, 359, 367, 367, 367, 367, 367, 367, 373, 373,  
373, 373, 373, 373, 379, 379, 379, 379, 383, 383, 383, 383, 383, 383, 389, 389,  
389, 389, 389, 389, 389, 389, 397, 397, 397, 397, 401, 401, 401, 401, 401, 401,  
401, 401, 409, 409, 409, 409, 409, 409, 409, 409, 409, 409, 419, 419, 421, 421,  
421, 421, 421, 421, 421, 421, 421, 421, 431, 431, 433, 433, 433, 433, 433, 433,  
439, 439, 439, 439, 443, 443, 443, 443, 443, 443, 449, 449, 449, 449, 449, 449,  
449, 449, 457, 457, 457, 457, 461, 461, 463, 463, 463, 463, 467, 467, 467, 467,  
467, 467, 467, 467, 467, 467, 467, 467, 479, 479, 479, 479, 479, 479, 479, 479,  
487, 487, 487, 487, 491, 491, 491, 491, 491, 491, 491, 491, 499, 499, 499, 499,  
503, 503, 503, 503, 503, 503, 509, 509, 509, 509, 509, 509, 509, 509, 509, 509,  
509, 509, 521, 521, 523, 523, 523, 523, 523, 523, 523, 523, 523, 523, 523, 523,  
523, 523, 523, 523, 523, 523, 541, 541, 541, 541, 541, 541, 547, 547, 547, 547,  
547, 547, 547, 547, 547, 547, 557, 557, 557, 557, 557, 557, 563, 563, 563, 563,  
563, 563, 569, 569, 571, 571, 571, 571, 571, 571, 577, 577, 577, 577, 577, 577,  
577, 577, 577, 577, 587, 587, 587, 587, 587, 587, 593, 593, 593, 593, 593, 593.



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA GeoGebra en el aula

Números  
primos.

{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599, 601, 607, 613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691, 701, 709, 719, 727, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797, 809, 811, 821, 823, 827, 829, 839, 853, 857, 859, 863, 877, 881, 883, 887, 907, 911, 919, 929, 937, 941, 947, 953, 967, 971, 977, 983, 991, 997}



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

### GeoGebra en el aula

1

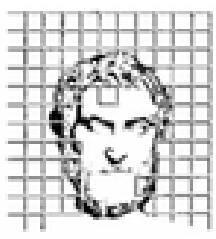
Único(Secuencia(PrimoAnterior(n), n, 3, 100))|



→ {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97}

Números  
primos.





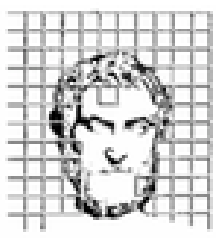
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA GeoGebra en el aula

### Ecuaciones.

Para resolver ecuaciones se dispone del botón



Cálculo Simbólico (CAS)	
1	$x^4 - 5x^2 + 4$
	Resuelve: $\{x = -2, x = -1, x = 1, x = 2\}$
2	



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

### GeoGebra en el aula

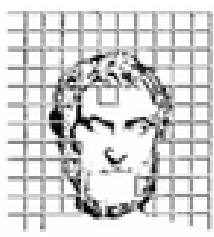
## Ecuaciones.

- También existen de comandos que realizarán las mismas acciones.
- Para resolver ecuaciones de cualquier tipo, podemos utilizar los comandos

**Soluciones o Resuelve,**  
cuyas sintaxis son similares.

- Por ejemplo, para resolver la ecuación  $\text{expresión}=0$ , conteniendo una única variable se utilizará:

**Soluciones[expresión]    Resuelve[expresión]**

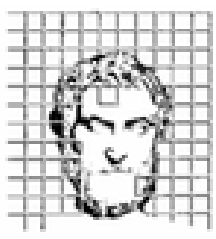


# VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA GeoGebra en el aula

## Ecuaciones.

1	Soluciones( $x^2-5x+6=0$ )
<input type="radio"/>	→ {2, 3}
2	Soluciones( $x^2-5x+6$ )
<input checked="" type="radio"/>	→ {2, 3}
3	Resuelve( $x^2-5x+6, x$ )
<input type="radio"/>	→ {x = 2, x = 3}
4	Resuelve( $x^2-5x+6$ )
<input type="radio"/>	→ {x = 2, x = 3}

3	Soluciones[a x <sup>2</sup> + b x+c=0,a]
<input type="radio"/>	→ $\left\{ \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}$
4	Soluciones[a x <sup>2</sup> +b x+c=0,x]
<input type="radio"/>	→ $\left\{ \frac{\sqrt{-4ac+b^2}-b}{2a}, \frac{-\sqrt{-4ac+b^2}-b}{2a} \right\}$
5	Resuelve[a x <sup>2</sup> +b x+c]
<input type="radio"/>	→ $\left\{ x = \frac{\sqrt{-4ac+b^2}-b}{2a}, x = \frac{-\sqrt{-4ac+b^2}-b}{2a} \right\}$



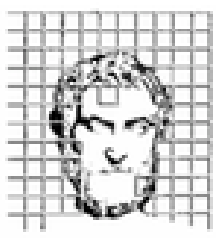
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Ecuaciones.

El comando **Soluciones** puede utilizarse para calcular las raíces de un polinomio, solucionando de esta forma, los casos en los que el comando **Factoriza** no devuelva las soluciones al no ser números fraccionarios.

1	Factoriza( $x^2-5$ )
<input type="radio"/>	$\rightarrow x^2 - 5$
2	Soluciones( $x^2-5$ )
<input type="radio"/>	$\rightarrow \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$




## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

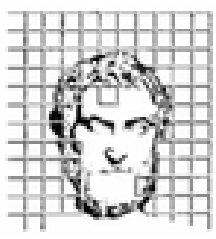
Ecuaciones.

*Resuelve la ecuación polinómica*

$$x^4 + 3x^2 - 4 = 0$$

1	Soluciones( $x^4+3x^2-4=0$ )
	→ $\{-1, 1\}$

El polinomio es de cuarto grado y solo se han obtenido dos raíces.



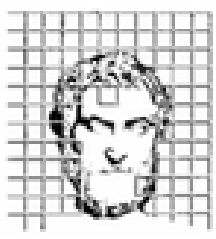
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Ecuaciones.

Para obtener todas las raíces, no solo las reales, será necesario emplear el comando  
**SolucionesC**

1	<code>SolucionesC(x^4+3x^2-4=0)</code>
<input type="radio"/>	$\rightarrow \{-1, 1, 2i, -2i\}$



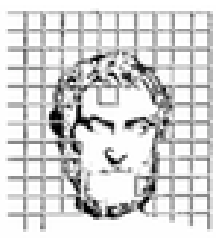
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Ecuaciones.

1	Soluciones( $x^6+x-2$ )
<input type="radio"/>	$\rightarrow \{-1.21, 1\}$
2	Soluciones( $2x=\text{sen}(x-1)$ )
<input type="radio"/>	$\rightarrow \{?\}$

En ocasiones, los comandos anteriores no serán capaces de hallar todas las soluciones de una ecuación, por lo que será necesario recurrir a la resolución numérica.



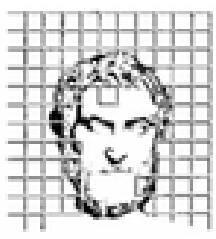
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Ecuaciones.

- **SolucionesN[ecuación]**
- **SolucionesN[ ecuación, variable]**
- **SolucionesN[ecuación, variable=valor inicial]**
- **ResuelveN[ecuación]**
- **ResuelveN[ ecuación, variable]**
- **ResuelveN [ecuación, variable=valor inicial]**





## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

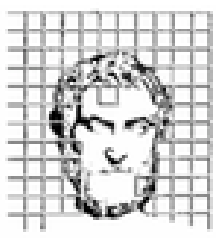
Ecuaciones.

2



SolucionesN( $2x=\text{sen}(x-1)$ )

→  $\{-0.4987011335\}$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

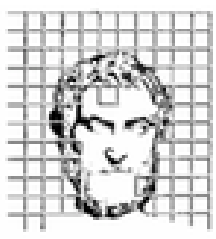
Sistema de  
ecuaciones.

**Soluciones**[{ecuación<sub>1</sub>,ecuación<sub>2</sub>,...},{x, y, z, ...}]

**Resuelve**[{ecuación<sub>1</sub>,ecuación<sub>2</sub>,...},{x, y, z, ...}]

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y - 3z = 1 \\ x + 3y - 2z = -3 \\ 4x - y - 5z = 4 \end{array} \right\}$$

1	Soluciones({3x+2y-3z=1,x+3y-2z=-3,4x-y-5z=4},{x,y,z})
<input type="radio"/>	→ ( 2   -1   1 )
2	Resuelve({3x+2y-3z=1,x+3y-2z=-3,4x-y-5z=4},{x,y,z})
<input type="radio"/>	→ { {x = 2, y = -1, z = 1} }



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

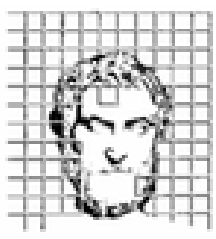
GeoGebra  
en el aula

Sistema de  
ecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} x - 2y + 3z = 1 \\ y + 2z = -3 \\ x - 3y + z = 4 \end{array} \right\}$$

2	Soluciones[{x-2y+3z=1,y+2z=-3,x-3y+z=4},{x,y,z}]
○	→ $\left( \begin{array}{ccc} x & \frac{2}{7}x - \frac{11}{7} & -\frac{1}{7}x - \frac{5}{7} \end{array} \right)$

2	Soluciones[{x-2y+3z=1,y+2z=-3,x-3y+z=4},{x,y}]
○	→ $\left( \begin{array}{cc} -7z - 5 & -2z - 3 \end{array} \right)$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Sistema de  
ecuaciones.

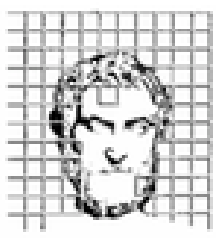
$$\left. \begin{array}{l} x - y + z + t = 1 \\ x + y + 2z - t = 2 \\ x - 3y + z - 3t = -2 \end{array} \right\}$$

Soluciones[{x-y+z+t=1,x+y+2z-t=2,x-3y+z-3t=-2},{x,y,z,t}]

3



$$\rightarrow \left( x \quad \frac{2}{9}x + \frac{1}{2} \quad -\frac{2}{3}x + 1 \quad -\frac{1}{9}x + \frac{1}{2} \right)$$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Sistema de  
ecuaciones.

*Discutir y resolver, según los valores del parámetro  $a$ , el siguiente sistema de ecuaciones lineales:*

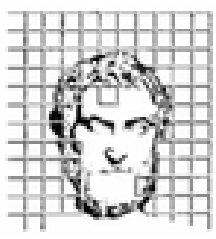
$$\left. \begin{array}{l} ax + y + z = 4 \\ x - ay + z = 1 \\ x + y + z = a + 2 \end{array} \right\}$$

Soluciones[{a x+y+z=4,x-ay+z=1,x+y+z=a+2},{x,y,z}]

4



$$\rightarrow \left( \frac{-a+2}{a-1} \quad 1 \quad \frac{a^2+a-3}{a-1} \right)$$



# VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA GeoGebra en el aula

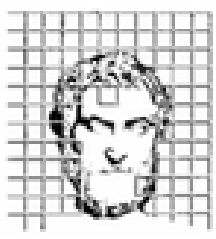
## Sistema de ecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 5 \\ x + y = 3 \end{array} \right\}$$

6	Soluciones[{x <sup>2</sup> +y <sup>2</sup> =5,x+y=3},{x,y}]
○	→ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left. \begin{array}{l} \cos x - \operatorname{sen} y = 1 \\ \cos x - 2 \operatorname{sen} y = 0 \end{array} \right\}$$

7	SolucionesN[{cos(x)-sen(y)=1,cos(x)+2sen(y)=0},{x,y}]
○	→ $\{-0.8410686706, -0.3398369095\}$

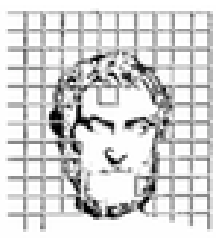


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial

Los vectores y matrices se pueden trabajar desde la vista algebraica o desde la vista CAS, sin olvidar que cuando haya un elemento simbólico (como parámetros, incógnitas...) obligatoriamente hay que recurrir a la vista CAS.



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

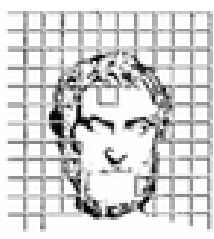
GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial.  
Vectores.

Un vector se puede expresar como  $(a, b)$  o  $(a, b, c)$ , precedido de una letra en minúscula, y que una matriz es una lista de listas.

Para definir un vector o una matriz en la vista algebraica bastará con escribir su definición en la línea de entrada, utilizando el signo  $=$  mientras que si la definición es desde la vista CAS, será necesario emplear los signos  $:=$

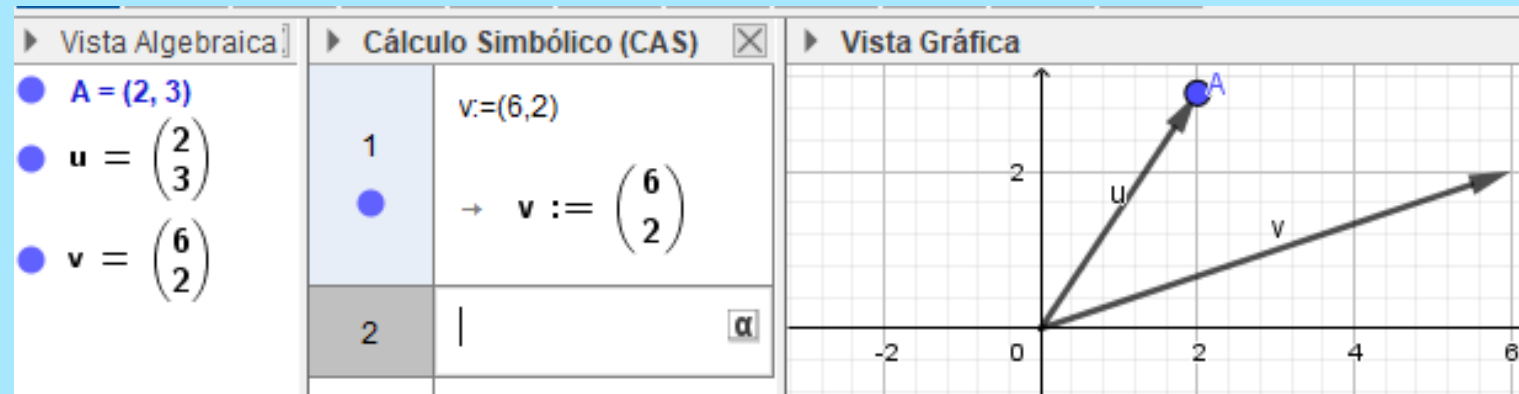
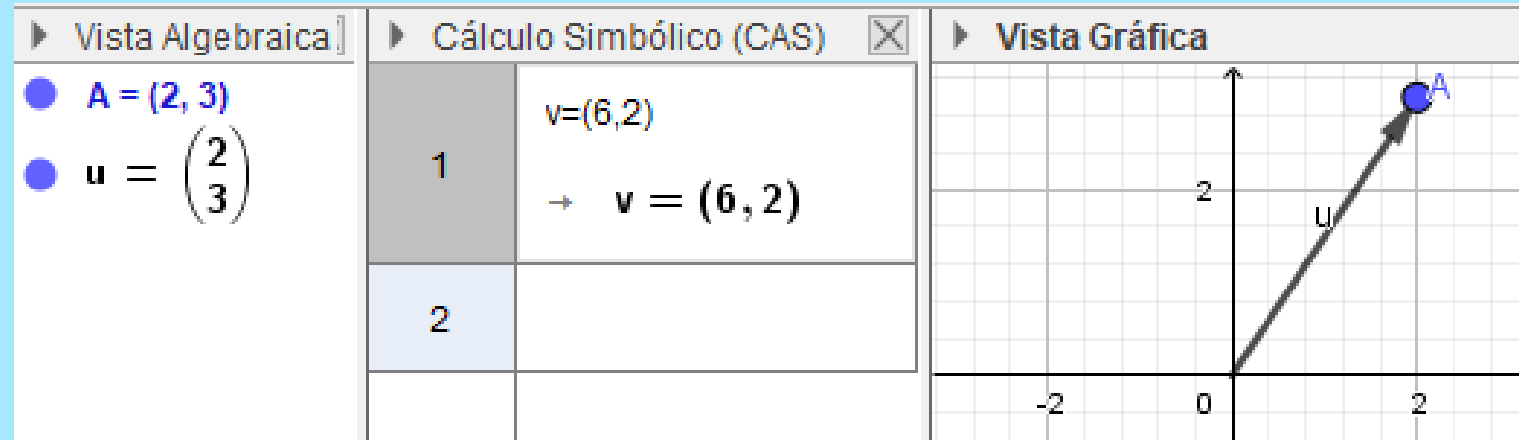


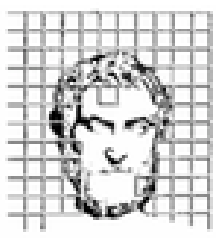


# VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial.  
Vectores.





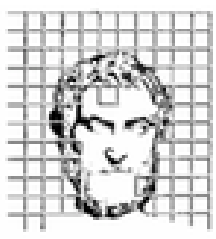
# VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial.  
Vectores.

► Cálculo Simbólico (CAS)	
1 <input checked="" type="radio"/>	$u := (1, -2, 3)$ $\rightarrow u := \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$
2 <input checked="" type="radio"/>	$v := (0, -1, 4)$ $\rightarrow v := \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$
3 <input type="radio"/>	$u+v$ $\rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix}$
4 <input type="radio"/>	$2u-5v$ $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -14 \end{pmatrix}$

5 <input type="radio"/>	$\text{ProductoEscalar}(u, v)$ $\rightarrow 14$
6 <input type="radio"/>	$u^*v$ $\rightarrow 14$
7 <input type="radio"/>	$\text{ProductoVectorial}(u, v)$ $\rightarrow \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$
8 <input type="radio"/>	$u \otimes v$ $\rightarrow \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$

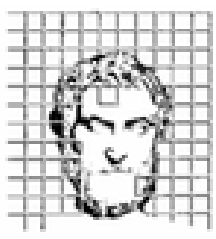


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial.  
Vectores.

Determinar un vector de  $\mathbb{R}^3$  que sea unitario y ortogonal al vector  $u=(1,2,3)$ .



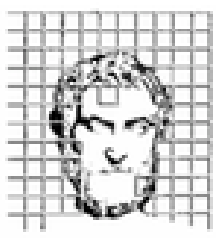
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial.  
Vectores.

Determinar un vector de  $\mathbb{R}^3$  que sea unitario y ortogonal al vector  $u=(1,2,3)$ .

1	$u:=(a,b,c)$ $\rightarrow u := \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$
2	$v:=(1,2,3)$ $\rightarrow v := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial.  
Vectores.

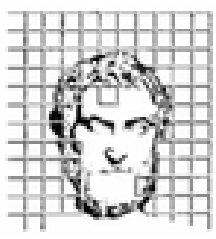
Determinar un vector de  $\mathbb{R}^3$  que sea unitario y ortogonal al vector  $u=(1,2,3)$ .

1	$u := (a, b, c)$ $\rightarrow u := \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$
2	$v := (1, 2, 3)$ $\rightarrow v := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

3	$u \cdot v$ $\rightarrow a + 2b + 3c$
---	--

4	Resuelve( $a + 2b + 3c = 0$ ) $\rightarrow \{a = -2b - 3c\}$
---	---

5	$w := (-2b - 3c, b, c)$ $\rightarrow w := \begin{pmatrix} -2b - 3c \\ b \\ c \end{pmatrix}$
---	--



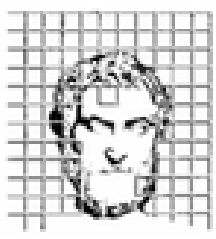
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial.  
Vectores.

Determinar un vector de  $\mathbb{R}^3$  que sea unitario y ortogonal al vector  $u=(1,2,3)$ .

	$w/\text{abs}(w)$
6	$\rightarrow \begin{pmatrix} \frac{-2b - 3c}{\sqrt{5b^2 + 10c^2 + 12bc}} \\ b \\ \frac{\sqrt{5b^2 + 10c^2 + 12bc}}{c} \end{pmatrix}$



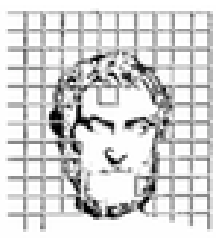
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial.  
Vectores.

Si el vector es de dimensión 2

1 <input checked="" type="radio"/>	$u := (3/2, -2)$ $\rightarrow \mathbf{u} := \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -2 \end{pmatrix}$
2 <input type="radio"/>	<p>VectorNormal(u)</p> $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$
3 <input type="radio"/>	<p>VectorNormalUnitario(u)</p> $\rightarrow \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial.  
Matrices.

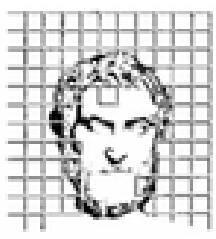
Para definir una matriz se utiliza la opción  
lista de lista.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A := \{\{1, -1, 0\}, \{2, 0, 3\}, \{-1, -1, 1\}\}$$

1	$A := \{\{1, -1, 0\}, \{2, 0, 3\}, \{-1, -1, 1\}\}$
<input type="radio"/>	$\rightarrow A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$





## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

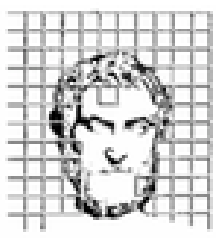
GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial.

Operaciones con  
matrices.

1 <input type="radio"/>	$A := \{\{1, 2\}, \{-2, 1\}\}$ $\rightarrow \mathbf{A} := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$
2 <input type="radio"/>	$B := \{\{3, 1\}, \{0, 2\}\}$ $\rightarrow \mathbf{B} := \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
3 <input type="radio"/>	$A+B$ $\rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

4 <input type="radio"/>	$2A-5B$ $\rightarrow \begin{pmatrix} -13 & -1 \\ -4 & -8 \end{pmatrix}$
5 <input type="radio"/>	$A \cdot B$ $\rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$
6 <input type="radio"/>	$A^2$ $\rightarrow \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

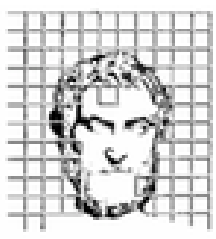
GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial.

Operaciones con  
matrices.

## Comandos para trabajar con matrices:

- Matriz identidad de orden  $n$ : **Identidad**[ $n$ ]
- Determinante de una matriz: **Determinante**.
- Inversa de una matriz: **Inversa**.
- Transpuesta de una matriz: **Traspone**.
- Rango de una matriz: **RangoMatriz**.
- Dimensión: **Dimensión**[ $A$ ]



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

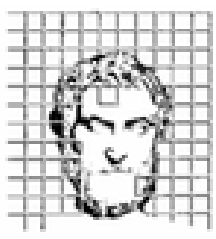
GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial.

Operaciones con  
matrices.

Determinar los valores de  $x$  para  
cual la matriz  $A$  no es singular  
(tiene inversa).

$$\begin{pmatrix} 3 & x & -x \\ 2 & -1 & 3 \\ x+1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

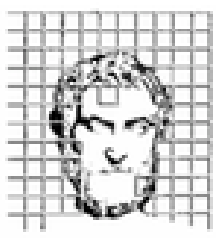
Álgebra  
matricial.

Operaciones con  
matrices.

Determinar los valores de  $x$  para  
cual la matriz  $A$  no es singular  
(tiene inversa).

2	Determinante[A]
<input type="radio"/>	$\rightarrow 2x^2 - 2x - 12$
3	Determinante[A]=0
<input type="radio"/>	Resuelve: $\{x = -2, x = 3\}$

Por tanto, para cualquier valor de  $x$   
distinto de  $-2$  y de  $3$ , la matriz es  
no singular.



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

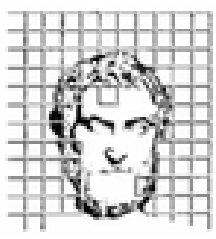
GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial.

Operaciones con  
matrices.

Determinar los valores de  $x$  para  
cual la matriz  $A$  no es singular  
(tiene inversa).

	Inversa[A]
4	$\rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{2}{x^2 - x - 6} & -\frac{x}{x^2 - x - 6} & \frac{x}{x^2 - x - 6} \\ \frac{3x + 1}{2x^2 - 2x - 12} & \frac{x^2 + x + 3}{2x^2 - 2x - 12} & \frac{-2x - 9}{2x^2 - 2x - 12} \\ \frac{x + 3}{2x^2 - 2x - 12} & \frac{x^2 + x - 3}{2x^2 - 2x - 12} & \frac{-2x - 3}{2x^2 - 2x - 12} \end{pmatrix}$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

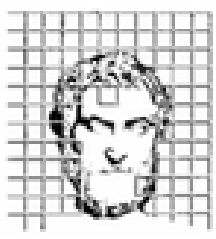
GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial.

Operaciones con  
matrices.

Calcular el rango de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & -5 & 9 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & 6 & 2 & 4 \\ 1 & -4 & 9 & 3 & -13 \end{pmatrix}$$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

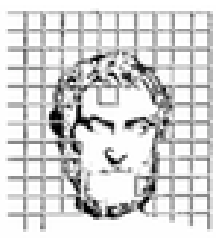
GeoGebra  
en el aula

Álgebra  
matricial.

Operaciones con  
matrices.

# Calcular el rango de la matriz

CAS - Cálculo Simbólico	
	A:={{1,-2,3,1,5},{2,-5,9,3,1},{1,-3,6,2,4},{1,-4,9,3,-
1	
<input type="radio"/>	→ $A := \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & -5 & 9 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & 6 & 2 & 4 \\ 1 & -4 & 9 & 3 & -13 \end{pmatrix}$
2	
<input type="radio"/>	RangoMatriz[A]
	→ 3



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

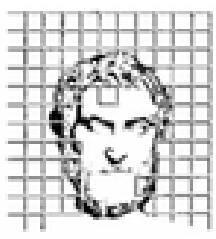
Álgebra  
matricial.

Operaciones con  
matrices.

# Calcular el rango de la matriz

	EscalonadaReducida[A]
3	
○	→
	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & -1 & 23 \\ 0 & 1 & -3 & -1 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$





## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

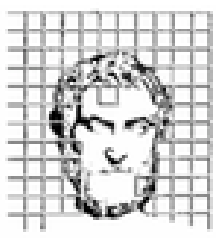
GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Límites.

El límite de una función o de una sucesión se calcula a través del comando **Límite**, cuya sintaxis es:

**Límite[función, valor]**

**Límite[función, variable, valor]**



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

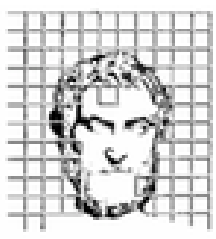
GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Límites.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{2 + x} \right)^{3x}$$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

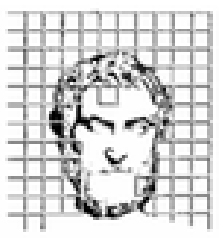
Análisis de  
funciones.  
Límites.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{2 + x} \right)^{3x}$$

1	Límite[(x <sup>2</sup> -2x+1)/(x <sup>3</sup> -x),1]
○	→ 0
2	Límite[(1-cos(2x))/x <sup>2</sup> ,0]
○	→ 2
3	Límite[(x/(2+x))^(3x),∞]
○	→ $\frac{1}{(e^2)^3}$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

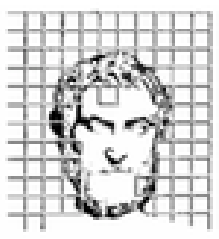
GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Límites.

Para calcular los límites laterales de  
una función utilizaremos

**LímiteIzquierda**

**LímiteDerecha.**



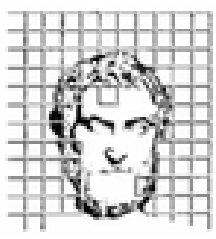
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Límites.

*Hallar los límites laterales de la función  
 $f$  en el punto  $x = 0$ , siendo*

$$f(x) = (2 + x)^{\frac{1}{x}}$$







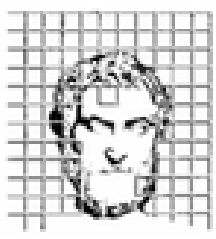
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Límites.

$$f(x) = (2 + x)^{\frac{1}{x}}$$

1	$f(x) := (x+2)^{(1/x)}$
	$\rightarrow f(x) := \sqrt[x]{x+2}$
2	Límite[f, 0]
	$\rightarrow ?$
3	LímiteIzquierda[f, 0]
	$\rightarrow 0$
4	LímiteDerecha[f, 0]
	$\rightarrow \infty$

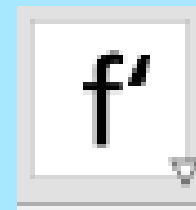


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

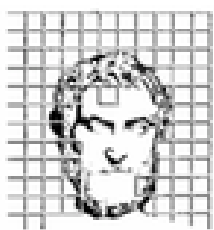
GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Derivadas.

Para obtener en la vista CAS la derivada de una función se dispone del botón



Cálculo Simbólico (CAS)	
1	$x \operatorname{sen}(x)$
<input type="radio"/>	Derivada: $\operatorname{sen}(x) + x \cos(x)$



Derivada[ <Expresión> ]

Derivada[ <Expresión>, <Variable> ]

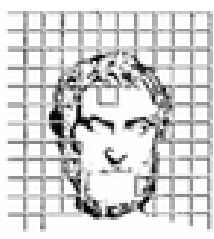
Derivada[ <Expresión>, <Variable>, <Orden de Derivada (número)> ]

DerivadaImplicita[ <f(x, y)> ]

DerivadaImplicita[ <Expresión>, <Variable Dependiente>, <Variable Independiente> ]

Análisis de  
funciones.  
Derivadas.





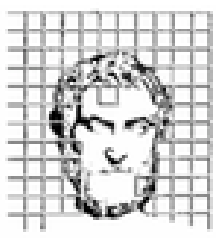
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Derivadas.

2	Derivada[ $x^4 - 3x^2 - 1$ ]
<input type="radio"/>	$\rightarrow 4x^3 - 6x$
3	Derivada[ $4x^2 - 6x$ , $x, 3$ ]
<input type="radio"/>	$\rightarrow 24$

4	$g(x) h(x)$
<input type="radio"/>	Derivada, $x$ : $g' h + h' g$
5	$g(x)/h(x)$
<input type="radio"/>	Derivada, $x$ : $\frac{g' h - h' g}{h^2}$
6	$\ln(g(x))$
<input type="radio"/>	Derivada, $x$ : $\frac{g'}{g}$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Derivadas.

10



DerivadaImplicita[x^2-y^2]

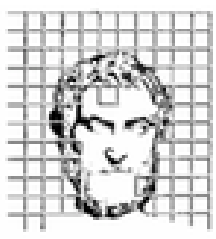
$$\rightarrow \frac{x}{y}$$

11



DerivadaImplicita[(x-y)/(x^2+y^2),x,y]

$$\rightarrow \frac{-x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - 2xy - y^2}$$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.

Polinomio de  
Taylor.

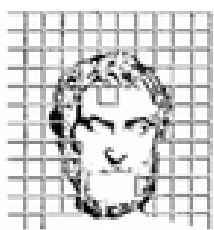
La sintaxis de este comando es:

**PolinomioTaylor[f, x, a, n]**

**PolinomioTaylor[f, a, n]**

$$f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{f''(a)}{2!}(x - a)^2 + \dots + \frac{f^n(a)}{n!}(x - a)^n$$

Corresponde al polinomio de Taylor de grado  $n$  de la función  $f$  en el punto  $x = a$ .



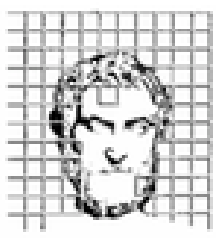
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.

Polinomio de  
Taylor.

1	<p>PolinomioTaylor[sen(x),x, π ,5]</p> <p>→ <math>-x + \pi + \frac{1}{6} (x - \pi)^3 - \frac{1}{120} (x - \pi)^5</math></p>
2	<p>PolinomioTaylor[ <math>e^x</math>,x,0,7]</p> <p>→ <math>1 + x + \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{6} x^3 + \frac{1}{24} x^4 + \frac{1}{120} x^5 + \frac{1}{720} x^6 + \frac{1}{5040} x^7</math></p>
3	<p>PolinomioTaylor[ln(1+x),x,0,8]</p> <p>→ <math>x - \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{5} x^5 - \frac{1}{6} x^6 + \frac{1}{7} x^7 - \frac{1}{8} x^8</math></p>



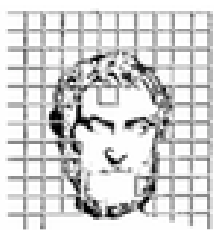
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.

Polinomio de  
Taylor.

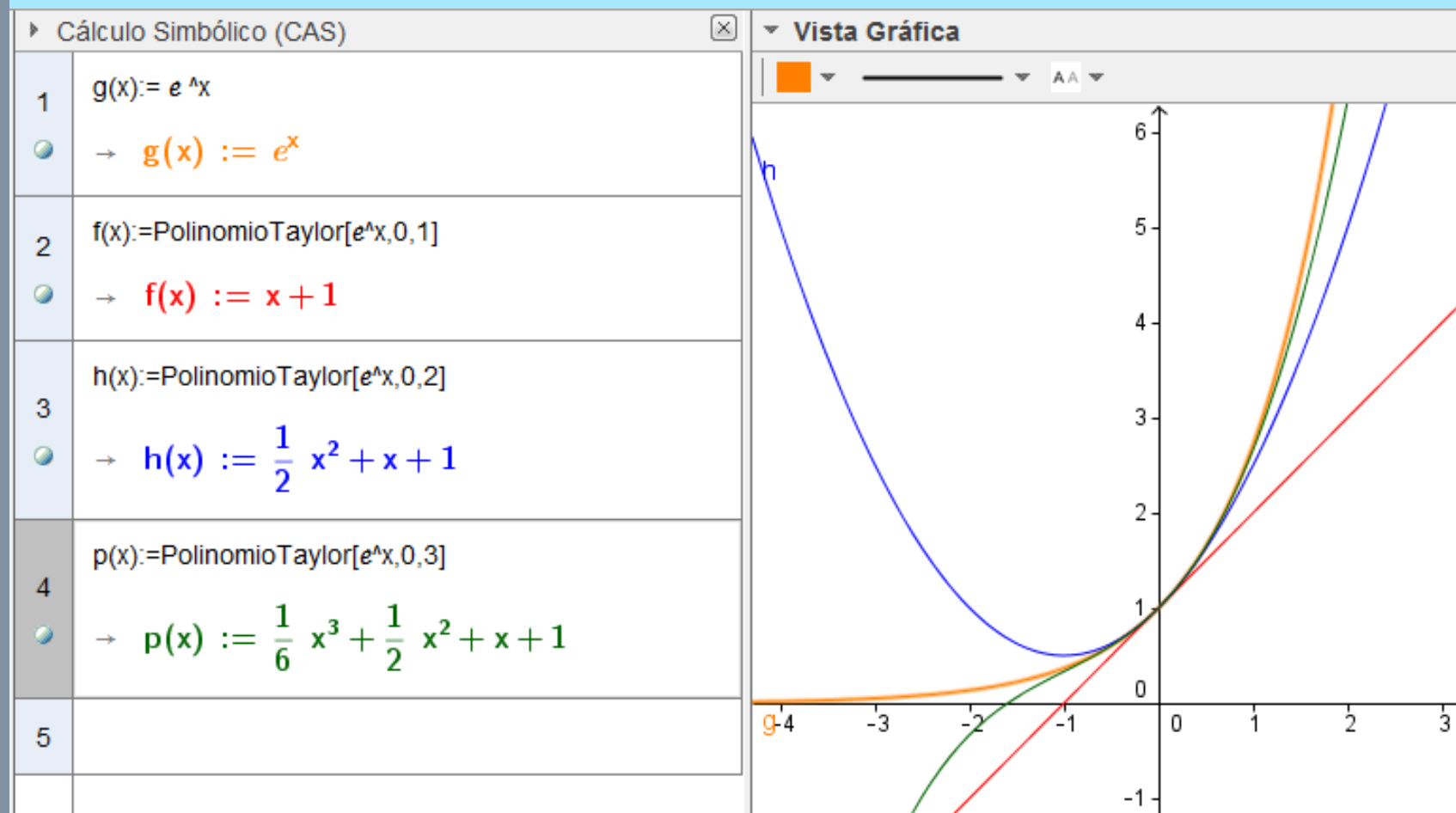
1	$g(x) := e^x$
•	$\rightarrow g(x) := e^x$
2	$f(x) := \text{PolinomioTaylor}[e^x, 0, 1]$
•	$\rightarrow f(x) := x + 1$
3	$h(x) := \text{PolinomioTaylor}[e^x, 0, 2]$
•	$\rightarrow h(x) := \frac{1}{2} x^2 + x + 1$
4	$p(x) := \text{PolinomioTaylor}[e^x, 0, 3]$
•	$\rightarrow p(x) := \frac{1}{6} x^3 + \frac{1}{2} x^2 + x + 1$

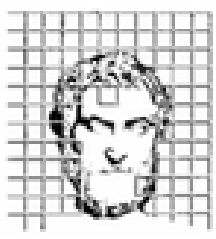


# VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Polinomio de  
Taylor.





## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

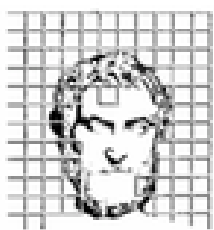
GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Cálculo de  
primitivas.

Para hallar la función primitiva de una  
función con respecto a una variable se  
utilizará el botón



7	$x^3 - 2x$
<input type="radio"/>	Integral, x: $\frac{1}{4}x^4 - x^2 + c_1$



Integral[ <Función> ]

Integral[ <Función>, <Variable> ]

Integral[ <Función>, <Valor Inicial de x>, <Valor Final de x> ]

Integral[ <Función>, <Variable>, <Valor Inicial de Variable>, <Valor Final de Variable> ]

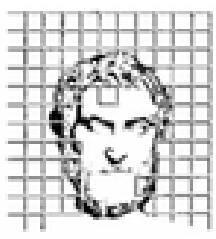
IntegralEntre[ <Función>, <Función>, <Valor Inicial de x>, <Valor Final de x> ]

IntegralEntre[ <Función>, <Función>, <Variable>, <Valor Inicial>, <Valor Final> ]

Análisis de  
funciones.

Cálculo de  
primitivas.



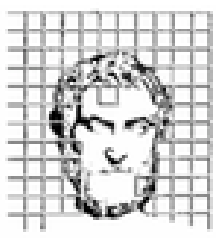


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Cálculo de  
primitivas.

8	$\text{Integral}[x \cos(x)]$ $\rightarrow \cos(x) + \sin(x) x + c_2$
9	$\text{Integral}[\sin(ax), x]$ $\rightarrow -\frac{\cos(ax)}{a} + c_3$

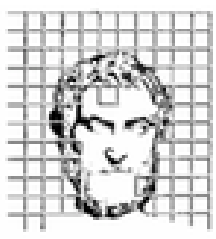


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Integrales.

10	$\text{Integral}[x^2+1,x,0,3]$
○	→ 12
11	$\text{Integral}[1/(x+2),-1,1]$
○	→ $\ln(3)$



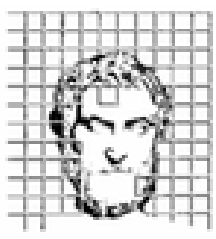
## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Integrales.

$$\int_0^1 \sqrt{x} \, dx \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} x^2 \cos 2x \, dx$$

17	Integral[sqrt(x),0,1]
○	→ $\frac{2}{3}$
18	Integral[x^2 cos(2x),0,pi/4]
○	→ $\frac{\pi^2 - 8}{32}$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Integrales.

*Hallar el área limitada por las curvas:*

$$y = \frac{x^2}{6}$$

$$y = \frac{27}{x^2 + 9}$$

Resuelve( $h(x) = p(x)$ )

→  $\{x = -3, x = 3\}$

1

$h(x) := x^2 / 6$



→  $h(x) := \frac{1}{6} x^2$

2

$p(x) := 27 / (x^2 + 9)$



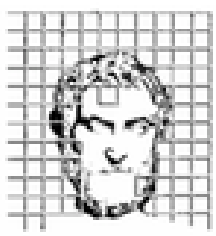
→  $p(x) := \frac{27}{x^2 + 9}$

3

IntegralEntre(g,f,-3,3)



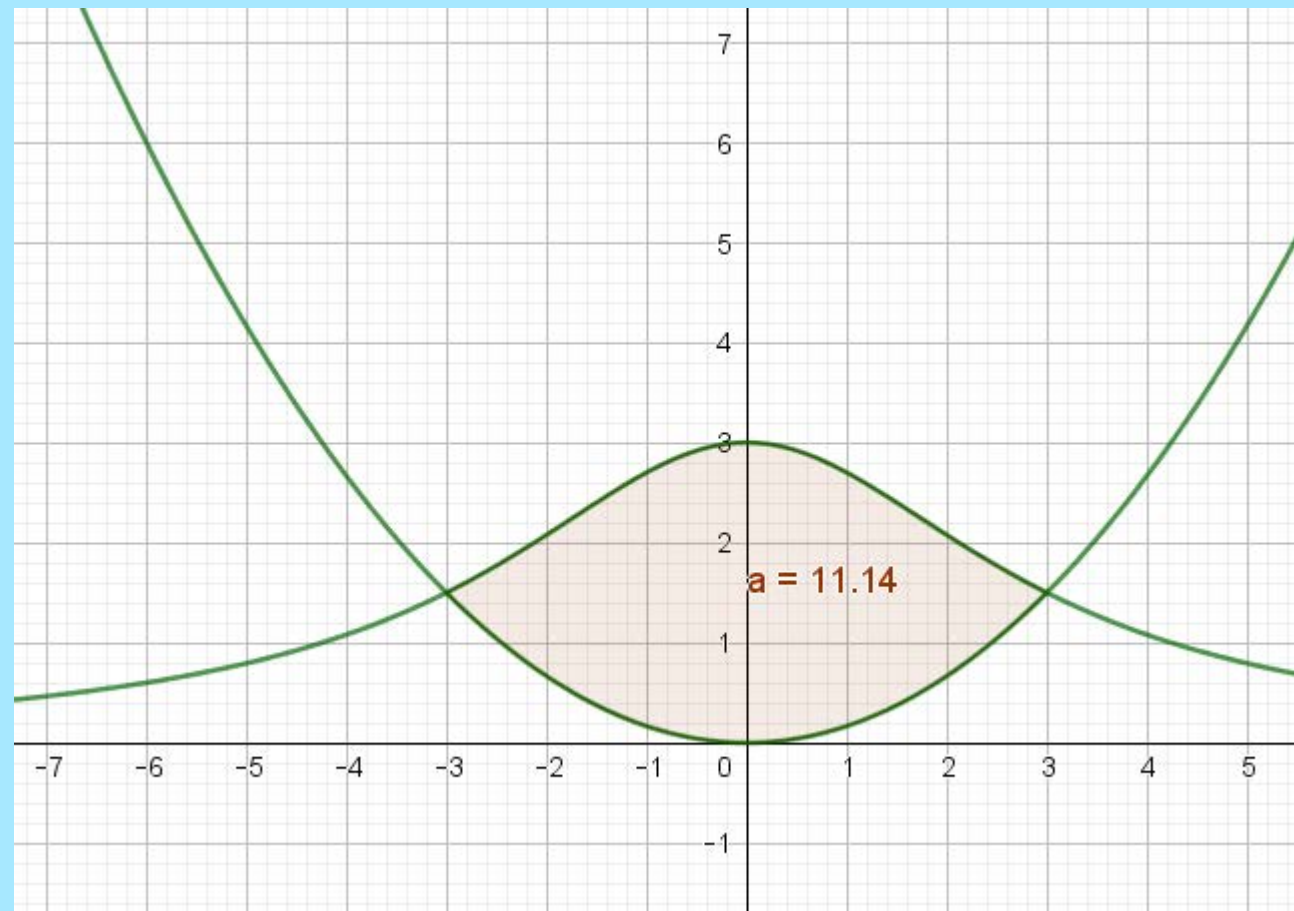
→  $\frac{9\pi - 6}{2}$

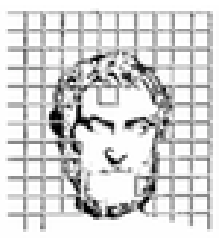


## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Integrales.





## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

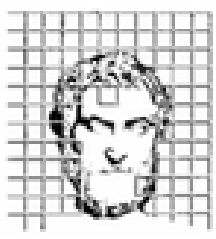
Análisis de  
funciones.  
Integrales.

*Calcular en caso de ser convergentes,  
las integrales:*

$$\int_0^{+\infty} e^{-3x} dx$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^3}} dx$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 6x + 11} dx$$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

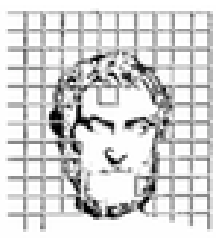
Análisis de  
funciones.  
Integrales.

*Calcular en caso de ser convergentes,  
las integrales:*

$$\int_0^{+\infty} e^{-3x} dx$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^3}} dx$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 6x + 11} dx$$



## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Integrales.

### ► Cálculo Simbólico (CAS)

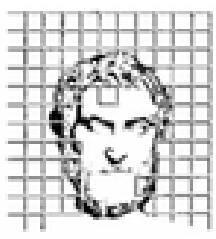
1  
●  $f(x) := e^{-3x}$   
→  $f(x) := e^{-3x}$

2  
 $\text{Integral}[f, 0, \infty]$

3  
○  $\text{Integral}[(x+1)/\text{sqrt}(x^3), 1, +\infty]$   
→  $\infty$

4  
○  $\text{Integral}[1/(x^2+6x+11), -\infty, +\infty]$   
→  $\frac{\sqrt{2}}{2} \pi$





## VII ENCUENTRO EN ANDALUCÍA

GeoGebra  
en el aula

Análisis de  
funciones.  
Integrales.

Un millón de cuadrados mágicos de orden 4

<https://www.geogebra.org/m/un8ynxxz>